

Seminarski rad: Nova klasa kvadraturnih formula za ocenu greške u Gauss-ovoj kvadraturi

Sažetak: Potreba izračunavanja Gauss-ovih kvadraturnih formula javlja se u mnogim primenama u nauci i inženjerstvu. Često je od značaja oceniti grešku u Gauss-ovoj kvadraturnoj formuli sa ℓ -tačaka, $G_\ell(f)$, gde f je integrand od interesa. Takva ocena se često dobija primenom druge kvadraturne formule $Q_k(f)$, sa $k > \ell$ čvorova, i korišćenjem razlike $Q_k(f) - G_\ell(f)$ ili njene magnitude kao greške od $G_\ell(f)$ ili njene magnitude. Klasičan pristup da se oceni greška $G_\ell(f)$ je da se uzme $Q_k(f)$, sa $k = 2\ell + 1$, da bude Gauss-Kronrodova kvadraturna formula koja je pridružena Gauss-ovoj kvadraturnoj formuli $G_\ell(f)$. Međutim, poznato je da realne, pozitivne Gauss-Kronrobove kvadrature ne postoje za mnoge mere i izvestan broj čvorova. To je inspirisalo neke matematičare da razviju usrednjene i generalizovane usrednjene Gaussovske kvadraturne formule (D. Laurie, M.M. Spalević) $\widehat{G}_{2\ell+1}$, sa $2\ell + 1$ čvorova za ocenu greške od $G_\ell(f)$. Slično kao za $(2\ell+1)$ -čvornu Gauss-Kronrod-ovu kvadraturu, ℓ čvorova formule $\widehat{G}_{2\ell+1}$ su čvorovi pridružene Gaussove kvadraturne formule G_ℓ . Postoje numerički stabilni postupci, konstruisani u poslednje vreme, za konstrukciju $\widehat{G}_{2\ell+1}$ (D. Laurie, L. Reichel, M.M. Spalević). Ipak, usrednjene kvadrature $\widehat{G}_{2\ell+1}$ nisu internalne za neke mere. U tim slučajevima one nisu primenljive na funkcije koje su definisane samo na intervalu integracije. Ovde uvodimo novu klasu usrednjениh kvadraturnih formula (NAG formule) koje mogu biti internalne u slučajevima kada usrednjene kvadraturne formule to nisu. Te se formule mogu lako konstruisati korišćenjem Golub-Welsch metoda. Numerički primeri koji demonstriraju primenljivost i efikasnost korišćenja NAG kvadraturnih formula, u oceni greške odgovarajućih Gauss-ovih kvadratura, biće prezentovani.

Autor: Stefan M. Spalević (sspalevic@mas.bg.ac.rs)

Mentor: Prof. dr Aleksandar V. Pejčev