

ИРАЦИОНАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

1. Решити једначине

(а) $\sqrt{x-2} + |x-2| = 4$; (б) $\sqrt{x-16} + \frac{1}{2}\sqrt{x+16} = \frac{10}{\sqrt{x-16}}$;

(в) $(x-3)^2 + 3x - 22 = \sqrt{x^2 - 3x + 7}$.

2. Решити једначине

(а) $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$; (б) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x+1}$;

(в) $\sqrt{3x^2 + 5x - 8} - \sqrt{3x^2 + 5x - 1} = 1$.

3. Решити једначине

(а) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+24 - 10\sqrt{x-1}} = 5$; (б) $\sqrt{x+1 - 4\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+6 - 6\sqrt{x-3}} = 1$;

(в) $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x-5} = 7\sqrt{2}$.

4. Одредити вредност реалног параметра a за које једначина $\sqrt{2-x} = a-x$ има тачно два различита реална решења.

5. Решити једначине

(а) $\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1} = 2$; (б) $\sqrt[3]{x+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{2}$;

(в) $\sqrt[3]{(65+x)^2} + 4\sqrt[3]{(65-x)^2} = 5\sqrt[3]{4225-x^2}$; (г) $\sqrt[4]{(x-1)^2} - \sqrt[4]{(x+1)^2} = \frac{3}{2}\sqrt[4]{x^2-1}$.

6. Решити неједначине

(а) $\sqrt{4+3x-x^2} < 2$; (б) $\sqrt{4+3x-x^2} > -2$; (в) $\frac{\sqrt{x^2-x-2}}{x^2+2x+3} > 0$.

7. Решити неједначине

(а) $\sqrt{x^2-5x+4} \leq x-3$; (б) $\sqrt{-x^2+x+6} + x - 1 > 0$;

(в) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} < 4$; (г) $\sqrt{x+6} > \sqrt{x+1} + \sqrt{2x-5}$.

8. Решити неједначине

(а) $\sqrt{\frac{x^2-4x+7}{x-2}} < 2$; (б) $(8x^2-6x+1) \cdot \sqrt{-25x^2+15x-2} \geq 0$;

(в) $\frac{\sqrt{2-x} + x - 3}{(|x-3|-2)^2} < 0$.

9. Решити неједначину $\sqrt{2-x} < a-x$ у зависности од реалног параметра a .

10. Решити системе једначина

(а) $\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30, \\ \sqrt{y} - \sqrt{x} = 1; \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x + \sqrt{xy} + y = 14, \\ x^2 + xy + y^2 = 84; \end{cases}$

(в) $\begin{cases} x\sqrt{x} - y\sqrt{y} = 19(\sqrt{x} - \sqrt{y}), \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 7(\sqrt{x} + \sqrt{y}); \end{cases}$ (г) $\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6, \\ x^2y + y^2x = 20. \end{cases}$