

**Пријемни испит из МАТЕМАТИКЕ за упис на  
Мастер академске студије МАТЕМАТИКЕ**

**1. октобар 2016. године**

Време за рад је 180 минута.

Тест има 10 задатака. **Комплетно решени** задаци 1 – 4. вреде по 3 поена,  
задаци 5 – 8. вреде по 4 поена и задаци 9. и 10. вреде по 6 поена.

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ: \_\_\_\_\_

БРОЈ ОСВОЈЕНИХ ПОЕНА: \_\_\_\_\_

1. Колико има петоцифрених бројева написаних непарним цифрама међу којима је бар једна јединица?
2. Краци трапеца припадају правама које су међусобно нормалне. Доказати да је збир квадрата дијагонала једнак збиру квадрата основица.
3. Одредити остатак при дељењу полинома  $x^{2n} + 3x^{2n-1} + 1$ ,  $n \geq 2$ , полиномом  $x^3 + 3x^2 - x - 3$ .

4. Решити једначину

$$\log_3 \frac{1}{\sqrt{\log_3 x}} = \log_9 \log_9 \frac{x}{3}.$$

5. У правилну четворострану пирамиду уписана је коцка. Једна основа коцке је у равни основе пирамиде, а темена друге основе су у тежиштима бочних страна пирамиде. Колико пута је запремина пирамиде већа од запремине ове коцке?
6. Одредити праву која је паралелна равнима  $\alpha : 3x + 12y - 3z + 5 = 0$  и  $\beta : 3x - 4y + 9z + 7 = 0$  и сече праве  $q_1 : \frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{3}$  и  $q_2 : \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$ .
7. Решити матричну једначину  $AX = BC^T - 2X$ , где су

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

8. Нека је  $S$  скуп свих непрекидних и ограничених функција на  $\mathbb{R}$ . Доказати да је пре-сликавање  $d$  дато са  $d(f, g) = \sup_{t \in \mathbb{R}} |f(t) - g(t)|$ ,  $f, g \in S$ , метрика на  $S$  и да је метрички простор  $(X, d)$  комплетан.
9. Нека у прстену  $(P, +, \cdot)$  важи  $(\forall a \in P) a^2 = a$ . Доказати:
  - (а)  $(\forall a \in P) a + a = 0$ ;
  - (б)  $(P, +, \cdot)$  је комутативан.
10. Испитати ток и нацртати график функције  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 4x}$