

ПОЛИНОМИ И ЈЕДНАЧИНЕ ВИШЕГ РЕДА

1. Одредити збир коефицијената полинома  $P(x) = (x - 1)(x - 10)(x - 100)(x - 1000) + 10000$ .
2. Одредити остатак при дељењу полинома  $P(x) = 5x^{3786} - 6x^{727} + 5x^{43} - 8x^2 + 14$  полиномом  $x^2 - 1$ .
3. Одредити остатак при дељењу полинома  $P(x) = (x^2 - x - 1)^{235} + (x^3 - x^2 + 1)^{125} + x^{28} - x^3 + 4$  полиномом  $x^3 - x$ .
4. Одредити  $a - b$  тако да полином  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , буде дељив полиномом  $Q(x) = x^2 - 3x + 2$ .
5. Полином  $P(x)$  при дељењу са  $x + 3$  даје остатак 6, а при дељењу са  $x - 7$  даје остатак  $-2$ . Одредити остатак при дељењу полинома  $P(x)$  полиномом  $x^2 - 4x - 21$ .
6. Полином  $P(x)$  при дељењу са  $x + 1$  даје остатак 2, а при дељењу са  $x + 3$  даје остатак 6, а са  $x - 3$  је дељив. Одредити остатак при дељењу полинома  $P(x)$  полиномом  $x^3 + x^2 - 9x - 9$ .
7. Одредити све уређене парове реалних бројева  $a$  и  $b$ , за које полином  $x^4 + ax^3 + bx^2 - 8x + 1$  представља потпун квадрат.
8. Ако је  $P(x)$  полином четвртог степена са реалним коефицијентима, чији је водећи коефицијент једнак 1 и чија је двострука нула број 3, а једнострука нула број  $1 - i$ , где је  $i^2 = -1$ , одредити  $P(0)$ .
9. Ако је  $P(x)$  полином петог степена са реалним коефицијентима, чији је водећи коефицијент једнак 3 и чија је двострука нула број  $2 - i$ , где је  $i^2 = -1$ , а број 3 једнострука нула, одредити  $P(1)$ .
10. Ако једначина  $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , има решења  $x_1 = 1 - \sqrt{2}$  и  $x_2 = 1 + \sqrt{2}$ , одредити преостала решења.
11. Једно решење једначине  $x^3 + 3x^2 = 28x + 60$  је број  $-2$ . Одредити остала решења.
12. Ако су  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  решења једначине  $x^3 + x^2 + 2x = 14$  у скупу комплексних бројева, одредити  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ .
13. Одредити производ свих реалних решења једначине  $x^3 + x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 6$ .
14. Одредити производ свих различитих реалних решења једначине  $x^3 - x^2 - 21x + 45 = 0$ .
15. Одредити збир свих реалних решења једначине  $x^4 + (x - 2)^4 = 82$ .
16. Колико реалних решења има једначина  $(x - 3)^4 + (x - 2)^4 = (2x - 5)^4$ ?
17. Одредити разлику највећег и најмањег (реалног) решења једначине  $2x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 13x^2 + 5x + 2 = 0$ .
18. Ако су  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  решења једначине  $x^3 + 2x^2 - 5x + 1 = 0$ , одредити једначину чија су решења бројеви  $\alpha - 3$ ,  $\beta - 3$  и  $\gamma - 3$ .
19. Ако су  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  решења једначине  $x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 = 0$ , одредити једначину чија су решења бројеви  $a + 2$ ,  $b + 2$ ,  $c + 2$  и  $d + 2$ .
20. Дат је полином  $P(x) = x^4 - x^3 + \lambda x^2 + 6x - 4$ . Одредити коефицијент  $\lambda$ , ако за две нуле  $x_1$  и  $x_2$  полинома  $P(x)$  важи  $x_1 x_2 = 2$ .