

ЛИНЕАРНА ФУНКЦИЈА, ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

18.03.2017. године

1. Одредити реалан параметар a тако да функција

(а) $y = (3a + 6)x + a - 7$ буде растућа и да њен график сече негативан део y -осе;

(б) $y = (4a - 1)x - a + 3$ буде опадајућа и да њен график сече позитиван део y -осе.

2. Ако за линеарну функцију f важи $f(1) \leq f(2)$, $f(3) \geq f(4)$ и $f(5) = 5$, одредити $f(2017)$.

3. Ако линеарна функција $f(x) = kx + n$ задовољава једнакости $f(f(f(1))) = 29$ и $f(f(f(0))) = 2$, одредити њен коефицијент правца k .

4. Решити једначину

$$(a) 1 + \frac{2}{x-1} = \frac{2}{x^2-x} + \frac{1}{x}; \quad (b) \frac{3}{x^2+2x+1} - \frac{1}{x^3+2x^2+x} = \frac{2}{x^2+x}.$$

5. У зависности од реалног параметра λ решити једначину

$$(a) \lambda x = x + 2; \quad (b) \lambda^3 x - \lambda^2 - 4 = 4\lambda(x - 1);$$

$$(v) \frac{x + \lambda}{x + 2} - \frac{x - \lambda}{x^2 - 4} = \frac{x}{x - 2}; \quad (r) \lambda \left(x - \frac{1}{\lambda^2} \right) + \lambda^2 \left(x - \frac{1}{\lambda} \right) = 2.$$

6. Решити једначину

$$(a) \sqrt{(2x - \frac{1}{3})^2} = \frac{2}{3}; \quad (b) ||x + 1| - 2| = 5;$$

$$(v) |2x - 1| + |x| = 5; \quad (r) ||3 - 2x| - x + 1| + 1 = 4x;$$

$$(d) |x + 2| - |x - 2| = 4; \quad (h) |5 - |x|| = 5 - |x|.$$

7. За које вредности $a \in \mathbb{R}$ једначина

$$(a) ||x - 5| - 3| = a; \quad (b) |x + 1| - |x + 2| + |x + 3| = a \text{ има максималан број решења?}$$

8. За које вредности $a \in \mathbb{R}$ једначина $a \cdot |x - 2| = x + 1$ има јединствено решење?

9. Одреди производ два броја чији је збир 89 и ако се дељењем већег броја мањим добија количник 3 и остатак 5.

10. Одреди двоцифрени број чији је збир цифара 8, а ако се цифрама замене места, добијени број је за 10 већи од двоструког полазног броја.

11. Ако се периодично записан децимални број $2,3408408408408\dots$ запише у облику $\frac{p}{q}$ и $NZD(p, q) = 1$, одредити $p + q$.

12. Решити неједначине

$$(a) \frac{2}{x+1} < \frac{3}{x+2}; \quad (b) 1 < \frac{3x+10}{x+7} \leq 2;$$

$$(v) |x - 1| + |x + 2| + 3x + 1 \leq 0; \quad (r) ||x| - 2| > |x|.$$

13. За које $a \in \mathbb{R}$ неједначина $|3x - 7| - \frac{6a + 5}{3 - 3a} \geq 1$ је тачна за сваки реалан број x ?

14. Решити неједначину $(\lambda - 2)x - 1 \geq 3 - (\lambda + 1)x$ у зависности од реалног параметра λ .