

**Пријемни испит из МАТЕМАТИКЕ за упис на
Мастер академске студије МАТЕМАТИКЕ**

6. октобар 2023. године

Време за рад је 180 минута.

Тест има 10 задатака. **Комплетно решени** задаци 1 – 4. вреде по 3 поена, задаци 5 – 8. вреде по 4 поена и задаци 9. и 10. вреде по 6 поена.

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ: _____

БРОЈ ОСВОЈЕНИХ ПОЕНА: _____

1. Од 11 студената треба формирати групу од најмање 6 студента. На колико различитих начина се група може формирати?
2. Дат је оштроугли троугао ABC . Симетрале углова β и γ секу се у тачки X . Нека су M и N тачке симетричне тачки X у односу на праве BC и AB редом. Доказати да је $XNBM$ тангентан четвороугао.
3. Одредити сва решења једначине $||3 - x| - x + 1| + x = 6$.
4. Одредити коефицијенте a и b такве да је остатак при дељењу полинома $P(x) = x^5 + 6x^3 + 12x^2 + ax + b$ полиномом $Q(x) = x^2 + x - 2$ једнак 3.
5. У правилну тространу пирамиду уписана је правилна тространа призма, тако да је горња основа призме пресек пирамиде и равни која је паралелна основи пирамиде, а доња основа призме припада основи пирамиде. Ако је ивица пирамиде $a = 4\text{ cm}$, висина пирамиде $H = 8\text{ cm}$ и површина омотача призме $M_1 = 18\text{ cm}$, одредити у ком односу стоје запремине призме и пирамиде.
6. Права p је пресек равни $\alpha : x - 2z - 3 = 0$ и $\beta : y - 2z = 0$. Наћи пресек праве p и равни $\gamma : x + 3y - z + 4 = 0$.
7. Нека је $f : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ пресликавање дефинисано са $f(A) = AM - MA$, за $A \in M_2(\mathbb{R})$ и $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$. Одредити матрицу репрезентације пресликавања f у стандардној бази простора $M_2(\mathbb{R})$.
8. Нека је пресликавање $f : \mathbb{C}[0, \pi] \rightarrow \mathbb{C}[0, \pi]$ дефинисано са $f(x)(t) = \frac{1}{3} \sin x(t) + e^{3t}$. Да ли f има фиксну тачку?
9. На скупу $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{(0, 0)\}$ дефинисана је операција

$$(a, b) \circ (c, d) = (ac - bd, ad + bc).$$

Испитати да ли је структура $(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{(0, 0)\}, \circ)$ Абелова група.

10. Испитати ток и нацртати график функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$.