

## АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА

03.06.2017. године

1. Тачке  $D(2, 3)$ ,  $E(-1, 2)$  и  $F(4, 5)$  су редом средишта страница  $BC$ ,  $CA$  и  $AB$  троугла  $ABC$ . Одредити координате тачке  $A$ .
2. Ако је  $A(3, -2)$  и  $B(9, 10)$ , одредити координате тачке  $C$  која је на дужи  $AB$  тако да  $AC : BC = 1 : 2$ .
3. Одредити параметар  $p$  тако да тачке  $A(1, 2)$ ,  $B(5, p)$  и  $C(p, 7)$  из првог квадранта буду колинеарне.
4. Одредити колико је пресечна тачка правих  $2x + y - 1 = 0$  и  $x - y + 4 = 0$  удаљена од праве  $x + 2y = 0$ .
5. Одредити тачку праве  $4x + 3y - 12 = 0$  која је подједнако удаљена од тачака  $A(-1, -2)$  и  $B(1, 4)$ .
6. Ако су тачке  $A(7, 1)$  и  $B(-1, 3)$  темена основице једнакокраког троугла  $ABC$  и тачка  $C$  припада правој  $x - y - 4 = 0$ , одредити производ координата тачке  $C$ .
7. Ако права дата једначином  $\lambda x + (\lambda + 3)y - \mu = 0$  садржи тачку  $A(5, 2)$  и са координатним осама у првом квадранту гради троугао површине 20, одредити  $\lambda + \mu$ .
8. Ако је права  $(3a - 4b + 2)x + (5a + 3b - 1)y + 4a - 2b = 0$  паралелна  $y$ -оси и садржи тачку  $A(1, 1)$ , одредити збир параметра  $a$  и  $b$ .
9. Одредити тачку која је симетрична тачки  $A(1, 3)$  у односу на праву која је одређена тачкама  $B(8, 2)$  и  $C(-4, -7)$ .
10. Два наспрамна темена квадрата  $ABCD$  су тачке  $A(-1, 3)$  и  $C(5, 1)$ . Одредити једначину праве којој припада дијагонала  $BD$ .
11. За које вредности  $a \in \mathbb{R}$  права  $ax + 2y - b = 0$  сече праву  $2x - y + 8 = 0$  под углом од  $45^\circ$ ?
12. Одредити једначину праве која је симетрична правој  $2x - y + 5 = 0$  у односу на  $y$ -осу.
13. Ако је  $B(-1, 1)$  теме троугла  $ABC$  чија висина  $h_a$  припада правој  $x + y - 6 = 0$ , а тежишна дуж  $t_a$  правој  $2x + y + 4 = 0$ , одредити дужину странице  $BC$ .
14. За које  $\lambda \in \mathbb{R}$  једначина  $x^2 - 2x + y^2 - 6y = \lambda$  представља једначину кружнице?
15. Одредити најмање растојање између две тачке од којих једна припада кругу  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$  а друга кругу  $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$ .
16. Одредити једначину праве којој припада тетива круга  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ , чије је средиште тачка  $A(3, 0)$ .
17. Одредити једначину кружнице са центром  $C(3, -1)$  која на правој  $2x - 5y + 18 = 0$  одсеца тетиву дужине 6.
18. Одредити тачку криве  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$  која је најближа правој  $x - y + 3 = 0$ .
19. Одредити једначину кружнице која додирује  $x$ -осу у тачки  $A(3, 0)$  и која садржи тачку  $B(3 + \sqrt{3}, -1)$ .
20. Под којим углом се кружница  $x^2 + y^2 = 16$  види из тачке  $A(0, 8)$ ?

21. Одредити полупречник круга који додирује праве  $2x + y + 2 = 0$  и  $2x + y - 18 = 0$ .
22. За које вредности параметра  $k$  права  $y = k(x + 5)$  сече кружницу  $x^2 + y^2 = 9$ .
23. Одредити једначине тангенти елипсе  $3x^2 + 8y^2 = 45$  које су на одстојању 3 од координатног почетка.
24. Израчунати поврашину троугла који образују симетрале првог и другог квадранта и тангента на хиперболу  $x^2 - y^2 = 5$  у тачки  $M(3, 2)$ .
25. Одредити тачку хиперболе  $3x^2 - 4y^2 = 72$  која је најближа правој  $3x + 2y + 1 = 0$ .
26. Одредити једначину параболе која садржи тачке пресека праве  $x - y = 0$  и круга  $x^2 + y^2 - 4y = 0$ , а која је симетрична у односу на  $x$ -осу.
27. Међу тачкама параболе  $y = x^2 + 4x + 7$  тачка  $T$  је најближа правој  $p$ , чија је једначина  $y = 2x - 9$ . Одредити растојање тачке  $T$  од праве  $p$ .
28. Под којим углом се секу криве  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  и  $y^2 = 16x$ ?
29. Дуж  $AB$  дужине 12 клизи крајем  $A$  по оси  $Oy$ , а крајем  $B$  по оси  $Ox$ . Одредити једначину геометријског места тачака  $M$  дужи  $AB$  таквих да је  $AM = 8$ .
30. Одредити једначину геометријског места тачака центара кругова који додирују праву  $y + 4 = 0$  и круг  $x^2 + y^2 = 4$  споља.