

**Пријемни испит из МАТЕМАТИКЕ за упис на
Докторске академске студије МАТЕМАТИКЕ**

17. октобар 2014. године

Време за рад је 180 минута.

Тест има 10 задатака. **Комплетно решени** задаци 1.– 4. вреде по 3 поена, задаци 5.– 8. вреде по 4 поена и задаци 9. и 10. вреде по 6 поена.

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ: _____

БРОЈ ОСВОЈЕНИХ ПОЕНА: _____

1. У једнакокраком трапезу средња линија и крак су исте дужине. Доказати да се у тај трапез може уписати кружница.
2. У једначини $x^2 + (k + 3)x + k + 21 = 0$ одредити k тако да буде испуњен услов да је $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} < 1$.
3. Решити једначину $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$.
4. Одредити тачку хиперболе $3x^2 - 4y^2 = 72$ која је најближа правој $3x + 2y + 1 = 0$.
5. Конструисати пример ограниченог бројевног низа који има пребројиво много тачака нагомилавања.
6. Колико равни је одређено теменима правилне 2014-остране пирамиде?
7. Решити матричну једначину $ABX = 4X - 2C$, ако је

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad A = B^T, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

8. Одредити једначине свих равни које садрже праву $p : \begin{cases} 5x - 3y - 2 = 0, \\ 4x - 3z - 10 = 0, \end{cases}$ и једнако су удаљене од тачака $A(1, 2, 5)$ и $B(3, 0, -1)$.
9. Доказати да је група $\mathbb{G} = (G, *)$ Абелова ако и само ако је пресликавање $f : G \rightarrow G$, дато са $f(x) = x^{-1}$ аутоморфизам.
10. (а) Испитати ток и нацртати график $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2x^2}$.
(б) Одредити једначину тангенте графика функције у тачки са апсцисом $x = -1$.