

**Пријемни испит из МАТЕМАТИКЕ за упис на
Мастер академске студије МАТЕМАТИКЕ**

9. октобар 2024. године

Време за рад је 180 минута.

Тест има 10 задатака. **Комплетно решени** задаци 1 – 4. вреде по 3 поена, задаци 5 – 8. вреде по 4 поена и задаци 9. и 10. вреде по 6 поена.

ИМЕ и ПРЕЗИМЕ: _____

БРОЈ ОСВОЈЕНИХ ПОЕНА: _____

1. Колико има четвороцифрених бројева чије су цифре различите и код којих је збир последње две цифре једнак 3?
2. Доказати да су дужи које спајају средишта наспрамних страница делтоида међусобно једнаке.
3. Одредити збир коефицијената полинома

$$P(x) = (x - 2)^1 + (x - 2)^2 + (x - 2)^3 + \dots + (x - 2)^{2024}.$$

4. Одредити реална решења експоненцијалне једначине

$$\left(3 + 2\sqrt{2}\right)^{x^2 - 2x + 1} + \left(3 - 2\sqrt{2}\right)^{x^2 - 2x + 1} = 6.$$

5. Основа пирамиде је једнакокраки трапез са основицама дужине $a = 3$, $b = 5$ и крацима дужине $c = 7$. Висина H пирамиде садржи пресек дијагонала основе. Ако је већа бочна ивица пирамиде дужине $d = 10$, израчунај њену запремину.
6. У простору $\mathbb{E}^3$ дата је раван $\alpha : x + y + z = 7$ и праве

$$q : \begin{cases} x + 3y + y + 15 = 0, \\ x + y - z + 3 = 0, \end{cases} \quad r : \frac{x + 2}{-3} = \frac{y}{-1} = \frac{z - 3}{2}.$$

Написати једначину праве p која је паралелна правој q и садржи пресечну тачку праве r и равни α .

7. Одредити једну базу и димензију следећих простора $U = \mathcal{L}\{(4, 1), (2, 1), (-1, 3)\}$ и $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - y + 2z = 0\}$, а затим одредити и линеарно пресликавање $f : U \rightarrow V$ такво да је $Im f = \mathcal{L}\{(1, 5, 1)\}$.
8. Доказати да су интервали једини повезани скупови у $\mathbb{R}$.
9. Нека је $\circ$ композиција функција и нека је скуп

$$L = \{f \mid f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}\}.$$

Доказати да је структура $(L, \circ)$ група.

10. Испитати функцију $f(x) = \sqrt{|x^2 - x|}$ и скицирати јој график.