**Prijemni ispit iz MATEMATIKE za upis na**
**Master akademske studije MATEMATIKE**

**8. oktobar 2021. godine**

Vreme za rad je 180 minuta.
Test ima 10 zadataka. **Kompletno rešeni** zadaci 1 – 4. vrede po 3 poena, zadaci 5 – 8. vrede po 4 poena i zadaci 9. i 10. vrede po 6 poena.

IME I PREZIME: ______________________________

BROJ OSVOJENIH POENA: ________________________

**1.** Koliko ima petocifrenih brojeva čije su cifre različite i kod kojih je zbir poslednje dve cifre jednak 6?

**2.** Iz temena $B$ i $D$ paralelograma $ABCD$ konstruisane su normale $BE$ i $DF$ na dijagonalu $AC$. Dokazati da je četvorougao $BEDF$ paralelogram.

**3.** Odrediti skup svih $m \in \mathbb{R}$ za koje je funkcija

$$f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - (m-2)x + 1}{2x^2 - x + 2}}$$

definisana za svako realno $x$.

**4.** Odrediti realne koeficijente $a$ i $b$ takve da je ostatak pri deljenju polinoma $P(x) = x^5 + 6x^3 + 12x^2 + ax + b$ polinomom $Q(x) = x^2 + x - 2$ jednak 3.

**5.** Bočne ivice trostrane piramide su uzajamno normalne, a površine bočnih strana su 6, 4 i 3. Izračunati zapreminu te piramide.

**6.** Napisati jednačinu ravni koja sadrži dve paralelne prave

$$p_1 \ : \ \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}, \qquad p_2 \ : \ \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}.$$

**7.** Ako su $x_1, x_2, \ldots, x_n$ linearno nezavisni vektori vektorskog prostora $V$, ispitati linearnu nezavisnost vektora $x_1, x_1 + 2x_2, x_1 + x_2 + 3x_3, \ldots, x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + nx_n$.

**8.** Skup $I_a^p = \underbrace{I_a \times \cdots \times I_a}_{p-\text{puta}} \in \mathbb{R}^p$, gde je $I_a = [-a, a] \subseteq \mathbb{R}$, je $p$-kocka stranice $2a > 0$, sa središtem u koordinatnom početku $\mathbf{O}$ euklidskog prostora $\mathbb{R}^p$. Naći $\mathrm{diam}(I_a^p)$.

**9.** Ako je $(G, *)$ semigrupa sa desnim neutralnim elementom $e_d$ i za svaki element $x \in G$ postoji $x' \in G$ takav da je $x * x' = e_d$, dokazati da je $(G, *)$ grupa.

**10.** Ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{1-x}}$.