

БИНОМНА ФОРМУЛА. НИЗОВИ

1. Одредити коефицијент уз x^{12} у биномном развоју $(x + x^3)^6$.
2. Одредити члан у биномном развоју $(x + \frac{1}{x})^8$ који не садржи x .
3. Да ли постоји члан који не садржи x у биномном развоју $(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^{12}$?
4. Ако је збир коефицијената трећег од почетка и трећег од краја члана у биномном развоју $(\sqrt[4]{3} + \sqrt[3]{4})^n$, $n \in \mathbb{N}$, једнак 2862, одреди број рационалних чланова у том развоју.
5. Ако је збир биномних коефицијената у развоју $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^n$, $n \in \mathbb{N}$, једнак 2^{2004} , одреди број рационалних чланова у том развоју.
6. Одреди n ако су коефицијенти петог и деветог члана развоја $(1 + x)^n$ једнаки.
7. Колико је ирационалних чланова у биномном развоју $(\sqrt[4]{2} + \sqrt{3})^{100}$?
8. Одредити члан у развоју бинома $(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}})^{21}$, $a > 0$, $b > 0$, који садржи a и b са истим степеном.
9. У скупу природних бројева решити једначину $12 \binom{x}{1} + \binom{x+4}{2} = 96$.
10. У скупу природних бројева решити неједначину $\binom{13}{x} < \binom{13}{x+2}$.
11. Одредити све природне бројеве x и y , такве да је $\binom{x+1}{y} : \binom{x}{y+1} : \binom{x}{y-1} = 6 : 5 : 2$.
12. Збир другог и десетог члана опадајуће аритметичке прогресије је 8, а производ тих чланова је 12. Одредити збир првих 15 чланова те прогресије.
13. Збир прва три члана аритметичке прогресије је 42, а збир првих шест чланова је 48. Одредити S_{10} .
14. Збир првог и седмог члана аритметичке прогресије је 7. Одредити збир трећег и петог члана те прогресије.
15. Између -2 и 46 уметнути 15 бројева, тако да је разлика свака два узастопна броја иста, па одредити збир тих седамнаест бројева.
16. У аритметичком низу је $a_n = m$ и $a_m = n$, $n \neq m$. Одредити a_p .
17. Одредити збир првих сто природних бројева који при дељењу са 5 дају остатак 1.
18. За које вредности x три броја $\log 2$, $\log(2^x - 1)$ и $\log(2^x + 3)$ у датом редоследу чине аритметички низ?
19. У геометријској прогресији количник је 2, а збир првих седам чланова једнак је 635. Одредити a_7 .
20. У геометријском низу збир првог и петог члана је 51, а збир другог и шестог члана је 102. Ако је збир првих n чланова 3069, одредити n .
21. Збир свих чланова бесконачног геометријског низа $2a + a\sqrt{2} + a + \dots$ једнак је 8. Одредити број a .
22. За $x = \frac{\pi}{3}$ одредити збир $1 + \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \dots$.

- 23.** Геометријска прогресија има паран број чланова. Збир чланова на непарним позицијама је 85, а збир чланова на парним позицијама је 170. Одредити количник те прогресије.
- 24.** Нека су a_1, a_2, a_3, a_4 узастопни чланови растућег аритметичког низа, а b_1, b_2, b_3, b_4 узастопни чланови геометријског низа. Ако је $a_1 = b_1 = 1$, $a_2 = b_2$, $b_3 - a_3 = 1$, одредити $b_4 - a_4$.
- 25.** Бројеви a, b и c су узастопни чланови растућег аритметичког низа, а бројеви $a, b, c+1$ су узастопни чланови геометријског низа. Одредити вредност израза $a^2 + b^2 + c^2$, ако је $a + b + c = 18$.
- 26.** Збир три броја је 14. Ако се средњи повећа за 1, добија се аритметички низ, а ако се средњи смањи за 1, добија се геометријски низ. Одредити те бројеве.
- 27.** Странице правоуглог троугла образују геометријски низ, а једна катета једнака је 2. Одредити обим троугла.