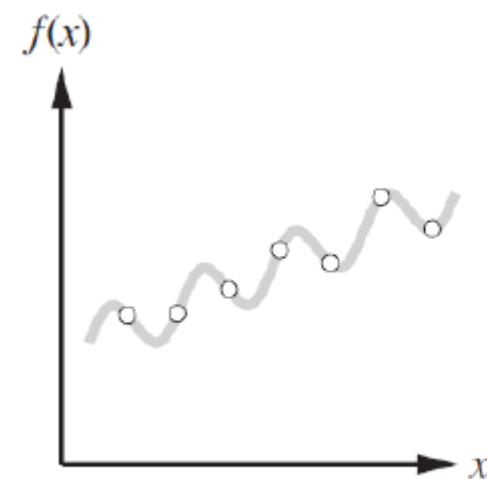
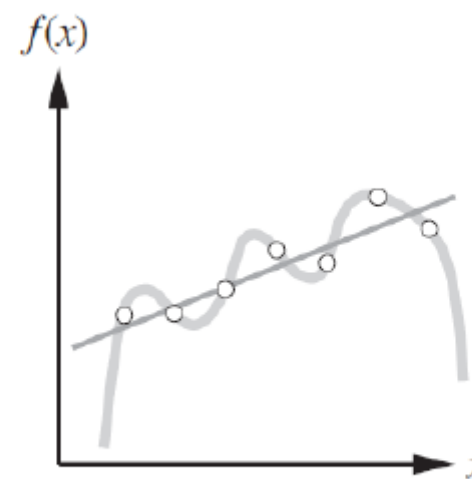
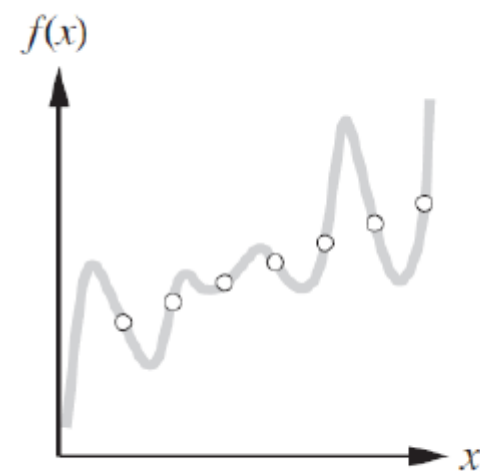
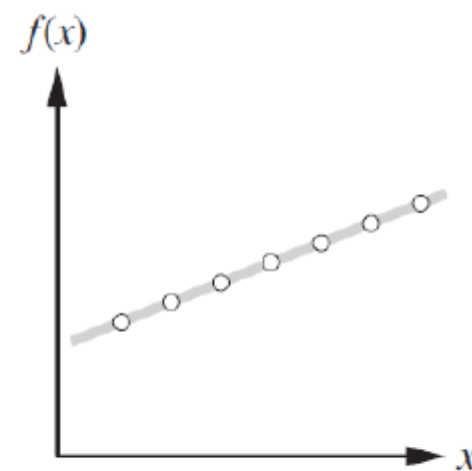
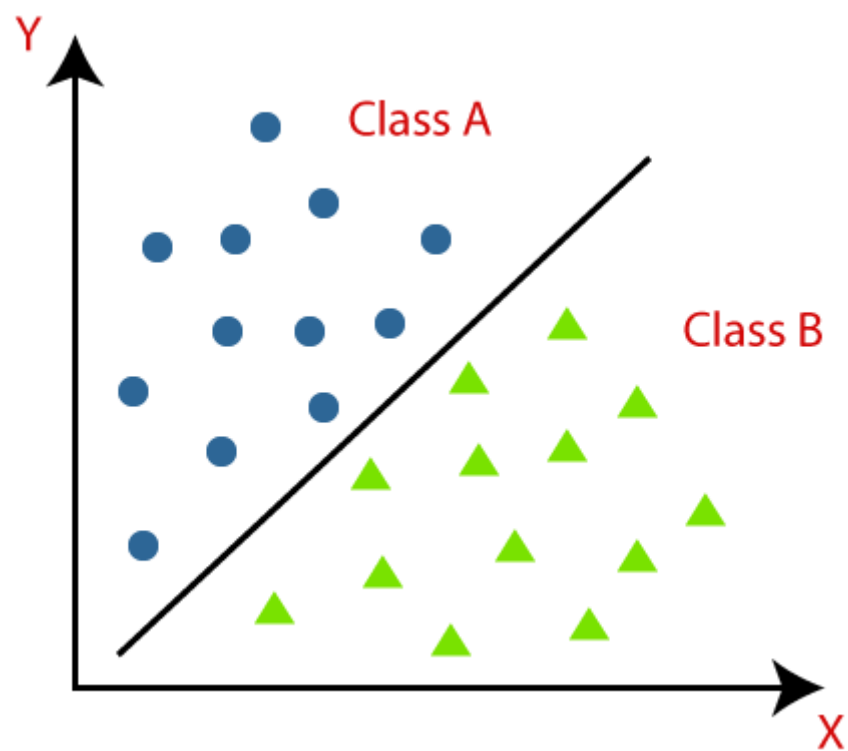


Mašinsko učenje 1

MAS Informatike – Nauka o podacima

Klasifikacija i regresija



Evaluacija naučenog

- Kako oceniti kvalitet obučenog modela?
- Koje podatke treba koristiti za procenu kvaliteta modela?
- Kako izmeriti sposobnost modela da daje tačna predviđanja?

Greška na trening skupu

- Greška koju model pravi nad podacima za učenje zove se greška učenja – **training error**.
- Ona nam govori o tome koliko je model dobro naučio trening podatke.

Evaluacija naučenog

- Ono što nas zanima jesu performanse modela na novim podacima, a ne dosadašnji učinak na starim podacima.
- Greška modela na skupu za obuku nije dobar pokazatelj budućeg učinka.
- Model je naučen iz podataka za obuku, pa je svaka procena performansi zasnovana na tim podacima suviše optimistična.

Training

Test

Greška na testnom skupu

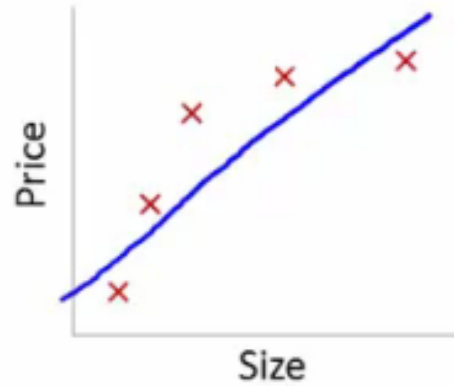
- Greška koju model pravi nad testnim podacima zove se greška testiranja - **test error**.

Training

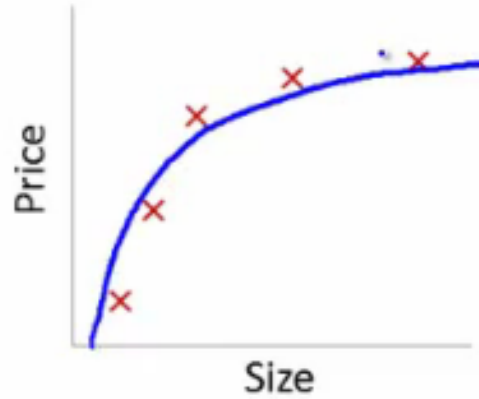


Test

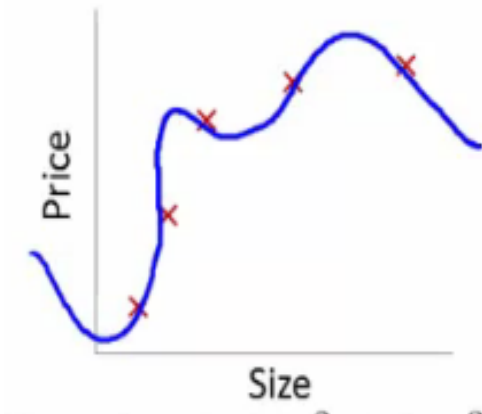
More precision $\neq$ Better results



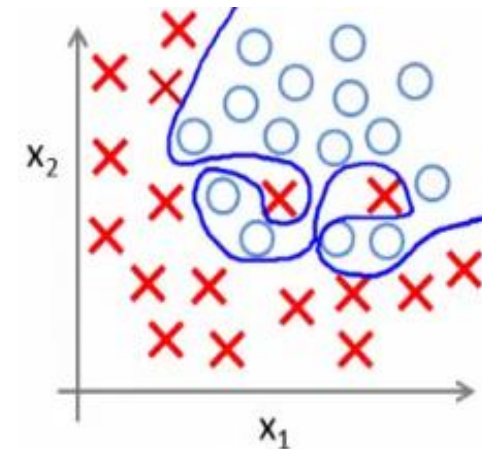
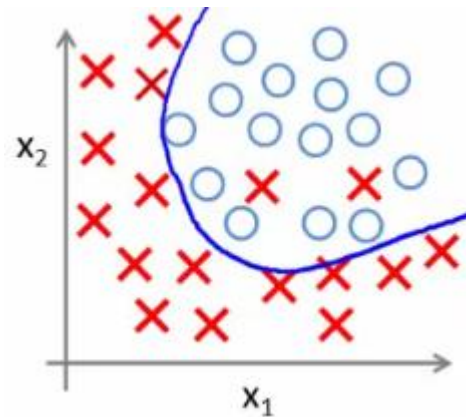
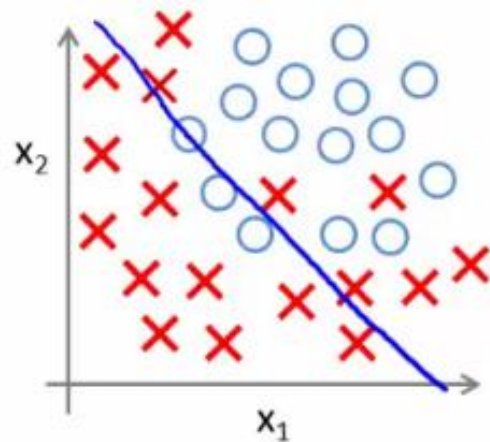
Underfit



Just right!



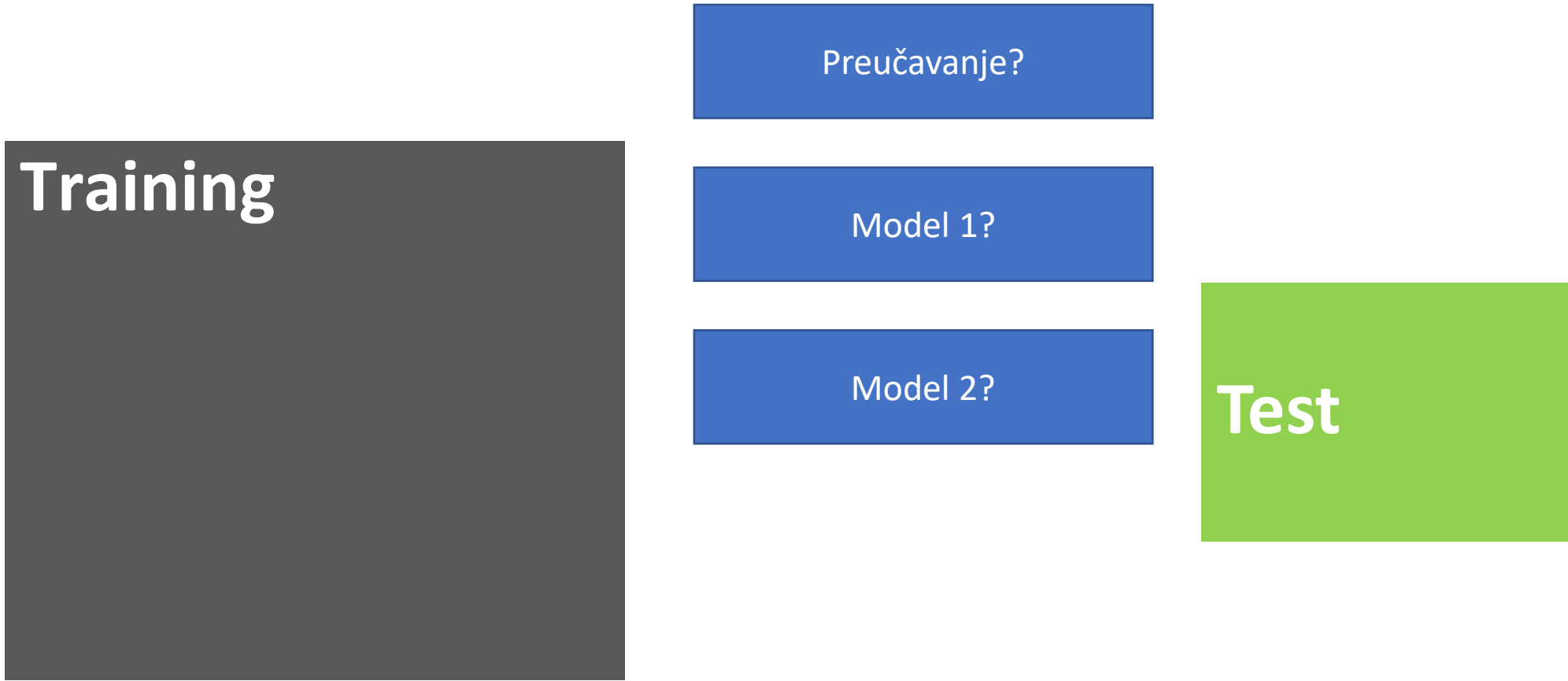
Overfit



Training

Preučavanje?

Test



The diagram illustrates a machine learning workflow. It begins with a large dark gray rectangle labeled 'Training'. To the right of this rectangle is a vertical stack of three blue rectangles. The top rectangle is labeled 'Preučavanje?' (Research?). The middle rectangle is labeled 'Model 1?'. The bottom rectangle is labeled 'Model 2?'. To the right of this stack is a large green rectangle labeled 'Test'. The entire process is set against a light gray background.

Training

Preučavanje?

Model 1?

Model 2?

Test

Training

Preučavanje?

Model 1?

Model 2?

Model 3 sa parametrima
(P1, Q1)?

Model 3 sa parametrima
(P2, Q2)?

Test

Training

Preučavanje?

Model 1?



Model 3 sa parametrima
(P1, Q1)?

Model 3 sa parametrima
(P2, Q2)?

Test

Training

Validation

Test

Greška na validacionom skupu

- Greška koju model pravi nad podacima za validaciju zove se greška validacije – **validation error**.
- Ona nam govori o sposobnosti našeg modela da vrši generalizaciju.

training set

test set

learning process

training set

validation set

learn
models

select model

learned model

```
odor = ar: e (400.0)
odor = cr: p (192.0)
odor = fr: p (2160.0)
odor = lr: e (400.0)
odor = mr: p (36.0)
odor = n
  spore-print-color = br: e (48.0)
  spore-print-color = br: e (48.0)
  spore-print-color = k: e (1296.0)
  spore-print-color = nr: e (1344.0)
  spore-print-color = or: e (48.0)
  spore-print-color = ri: p (72.0)
  spore-print-color = ur: e (0.0)
  spore-print-color = w
    gill-size = br: e (528.0)
    gill-size = n
      gill-specing = c: p (32.0)
      gill-specing = d: e (0.0)
      gill-specing = w
        population = a: e (0.0)
        population = c: p (16.0)
        population = n: e (0.0)
        population = a: e (0.0)
        population = v: e (48.0)
        population = y: e (0.0)
      spore-print-color = y: e (48.0)
  odor = pr: p (256.0)
  odor = sr: p (376.0)
  odor = yr: p (376.0)
```

accuracy estimate

Trening skup – Validacioni skup – Testni skup

Training

Validation

Test

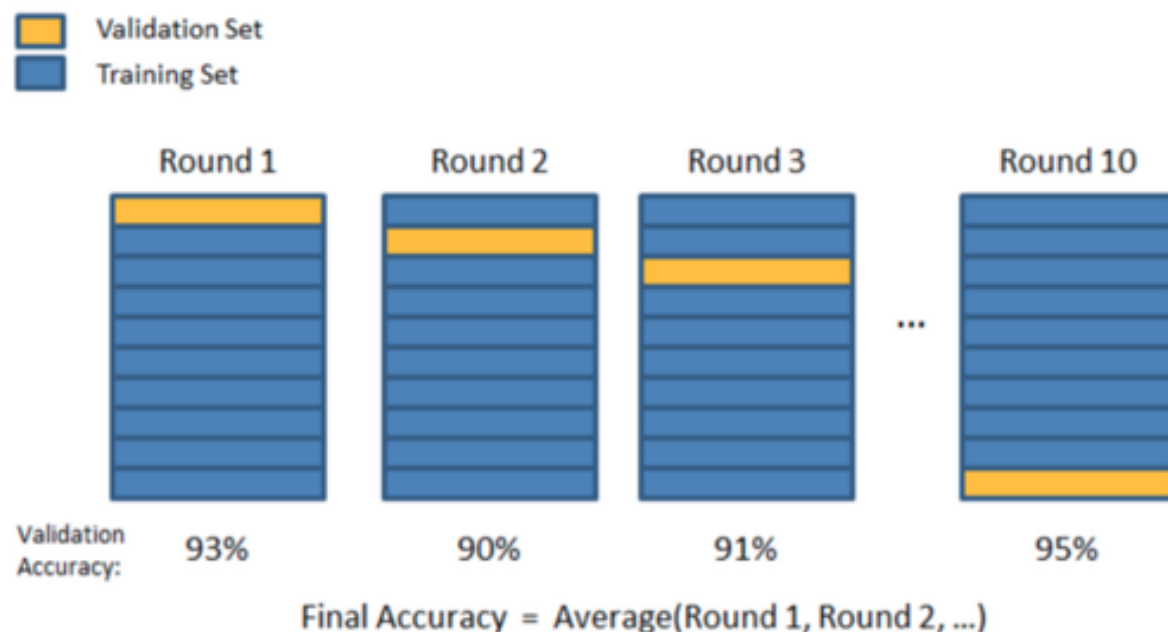
- Trening skup služi za treniranje modela.
- Validacioni skup služi za odabir konkretnog modela sa određenim parametarima.
- Testni skup se koristi za procenu performansi potpuno formiranog modela.



Dostupnost podataka za trening, validaciju i testiranje

- Ako je skup dostupnih podataka veliki, nema problema: uzmemo veliki uzorak i koristimo ga za obuku; zatim drugi, nezavisni uzorak za validaciju i treći uzorak različitih podataka za testiranje.
- Šta ako nemamo jako mnogo podataka?

k – unakrsna validacija

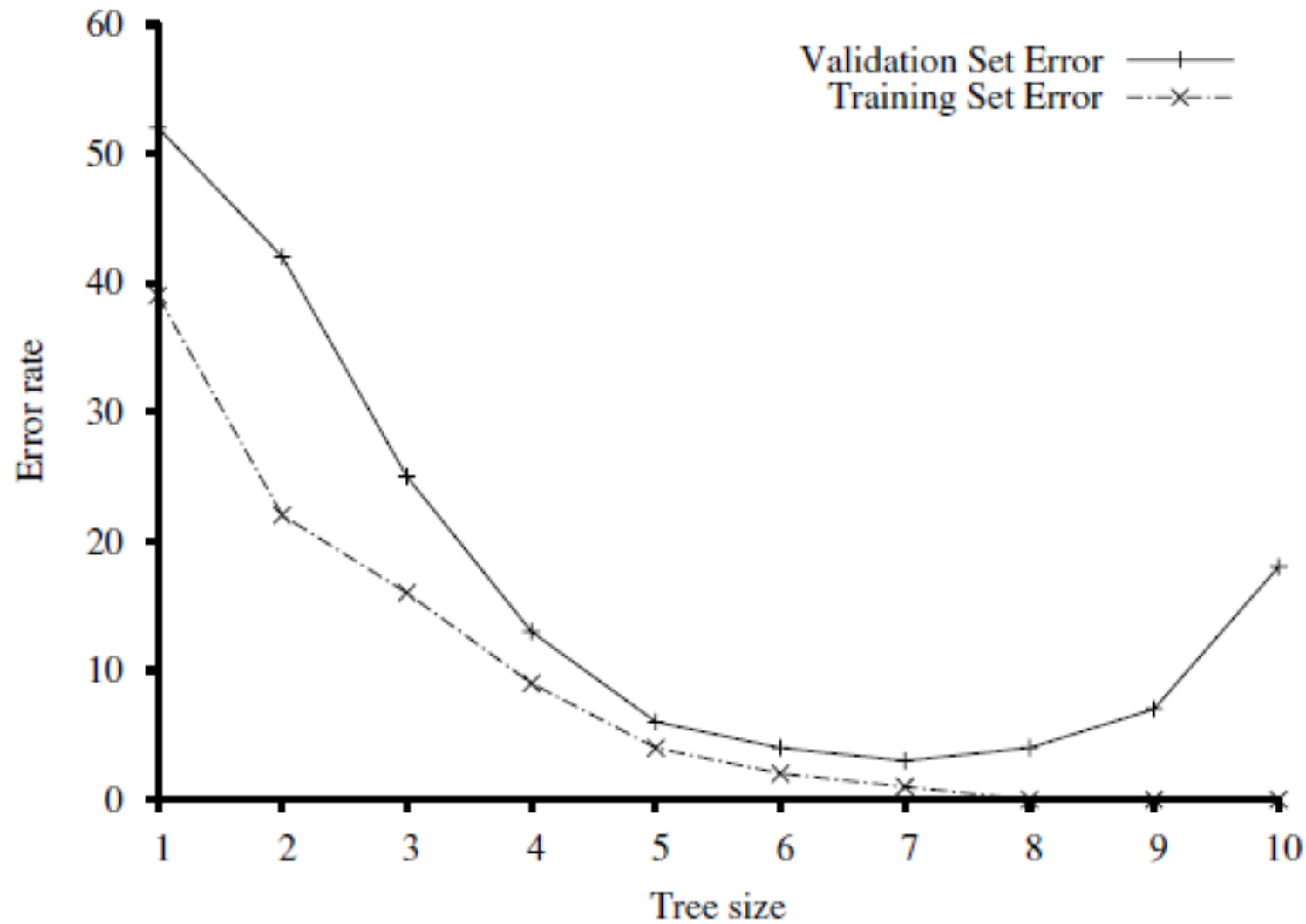


- Rešenje je unakrsna validacija.
- Početni skup podataka za obučavanje se deli na k delova ili podskupova.
 - Najčešće se uzima 10 podskupova.
- Potom se izvršava k tura učenja.
- U svakoj turi se $(k - 1)/k$ primera koristi za obučavanje, a ostalih $1/k$ primera se koristi za izračunavanje stope greške.
- Na kraju se ukupna greška izračunava kao prosečna greška u prethodnih k slučajeva.

Primer rezultata dobijenih 10-fold validacijom

<i>Fold</i>	<i>Naive Bayes</i>	<i>Decision tree</i>	<i>Nearest neighbour</i>
1	0.6809	0.7524	0.7164
2	0.7017	0.8964	0.8883
3	0.7012	0.6803	0.8410
4	0.6913	0.9102	0.6825
5	0.6333	0.7758	0.7599
6	0.6415	0.8154	0.8479
7	0.7216	0.6224	0.7012
8	0.7214	0.7585	0.4959
9	0.6578	0.9380	0.9279
10	0.7865	0.7524	0.7455
avg	0.6937	0.7902	0.7606
stdev	0.0448	0.1014	0.1248

Odabir modela sa najboljim parametrima



„Ostavi-jednog-van“ unakrsna validacija

- **Leave-one-out cross-validation** je n -unakrsna validacija, gde je n broj primera u trening skupu.
- Jedan po jedan primer „ostavljamo sa strane“ a učimo model na svim ostalim primerima.
- Tačnost modela se ocenjuje na primeru koji je ostavljen.
- Greška modela se izračunava kao prosečna vrednost greške na svih n primera.

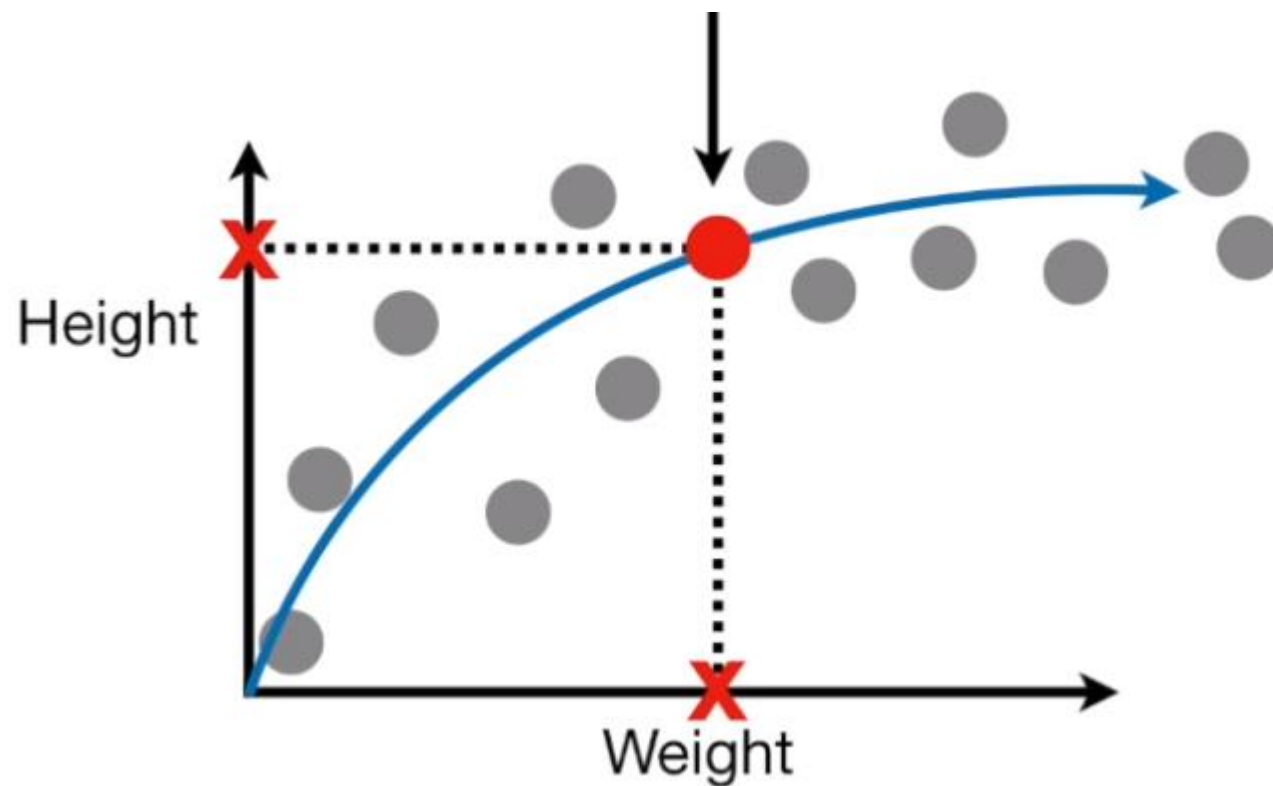
Ostavi-jednog-van unakrsna validacija: prednosti

- Najveća moguća količina podataka se koristi za obuku, što verovatno povećava šansu da je klasifikator tačan.
- „Ostavi-jednog-van“ pruža šansu da se iz malog skupa podataka istisne maksimum i dobije se što preciznija procena.
- Postupak je deterministički: nije uključeno slučajno uzorkovanje.
- Nema smisla ponavljati ga 10 puta ili ga uopšte ponavljati: svaki put će se dobiti isto.

Ostavi-jednog-van unakrsna validacija: mane

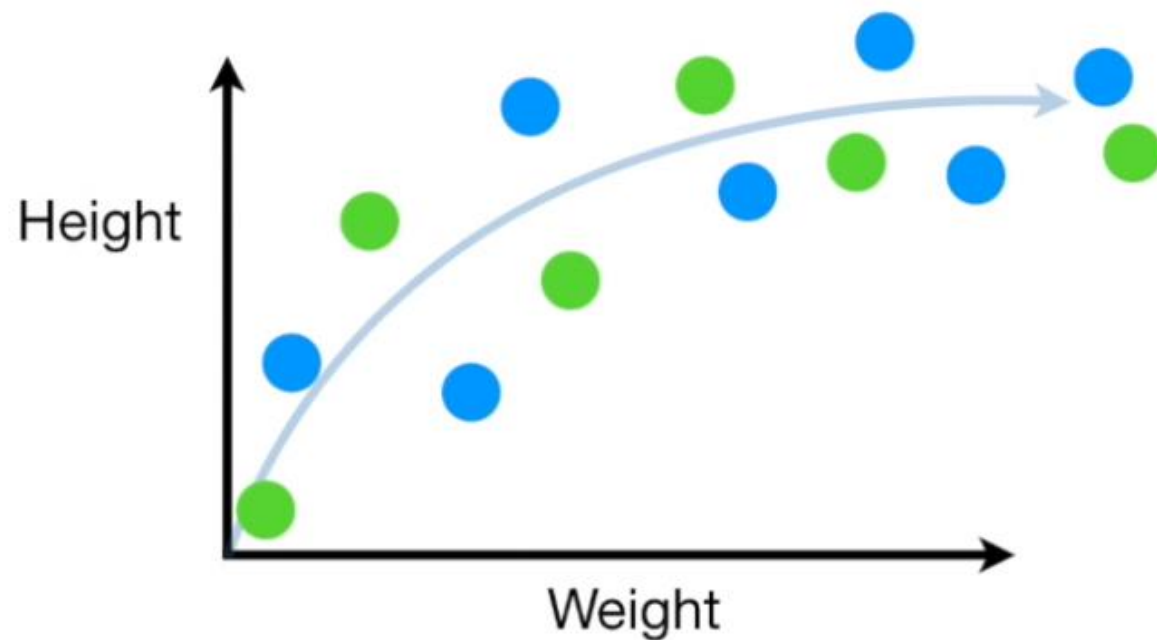
- Visoki troškovi izračunavanja, jer se celokupni postupak učenja mora izvesti n puta, a to je obično prilično neizvodljivo za velike skupove podataka.
- Nestratifikovani uzorak. Stratifikacija uključuje unošenje tačnog udela primera iz svake klase u validacioni skup, a to je nemoguće kada validacioni skup sadrži samo jedan primer.

Primer



- Da bi smo na osnovu težine mogli da predvidimo visinu, najbolje je da znamo matematičku formulu.

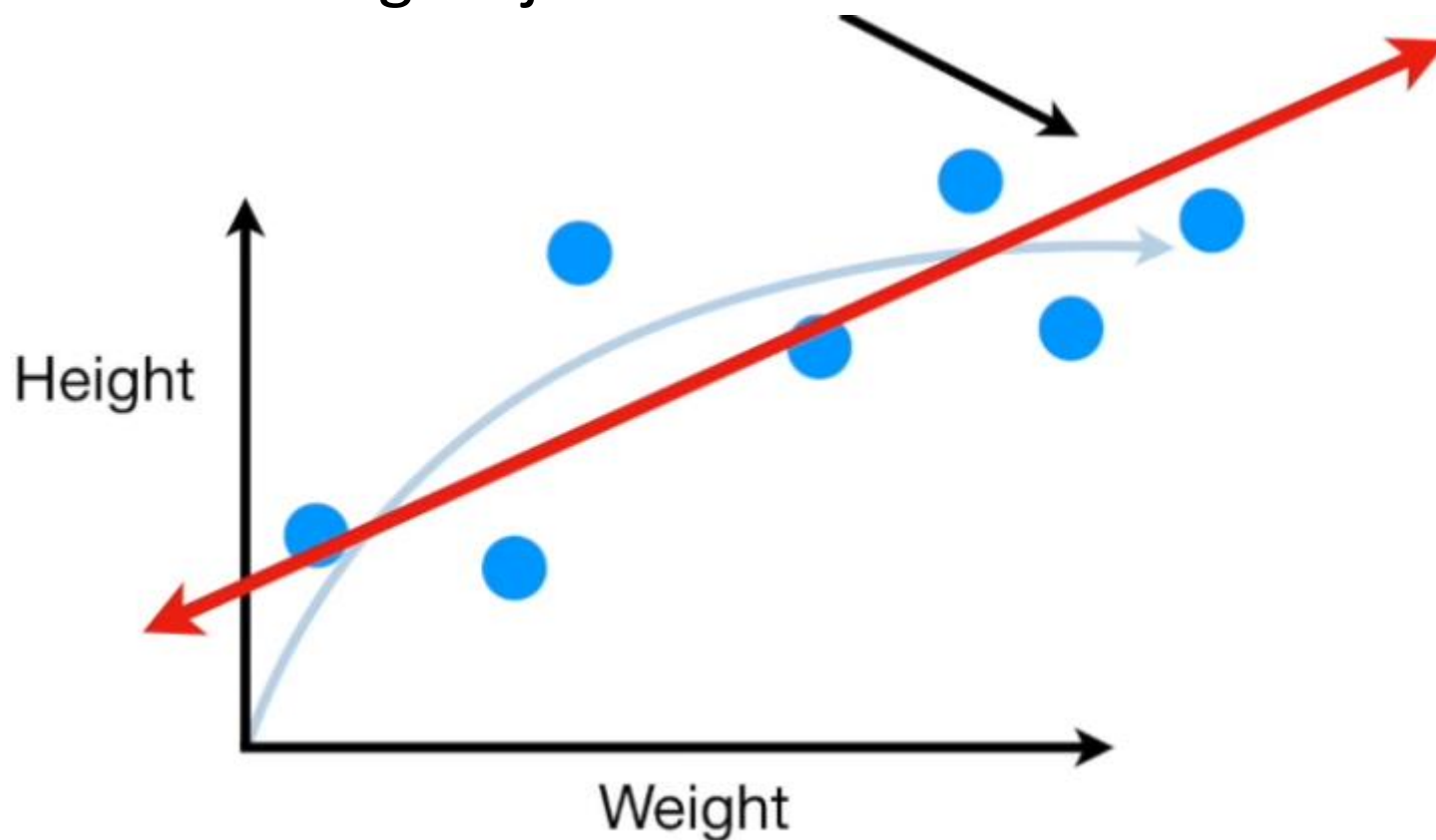
Primer



- Pošto je ne znamo, koristimo mašinsko učenje.
- Skup primera koji imamo delimo na:
 - Skup za treniranje
 - Skup za validaciju

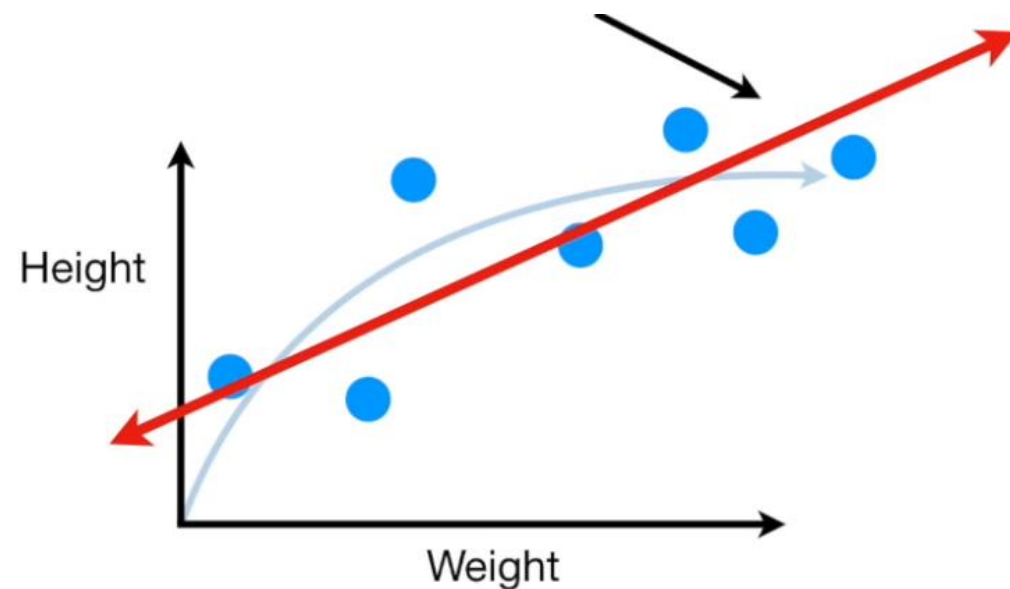
Primer

- Vrsta modela mašinskog učenja koja fituje trening skup pravom linijom - linearna regresija



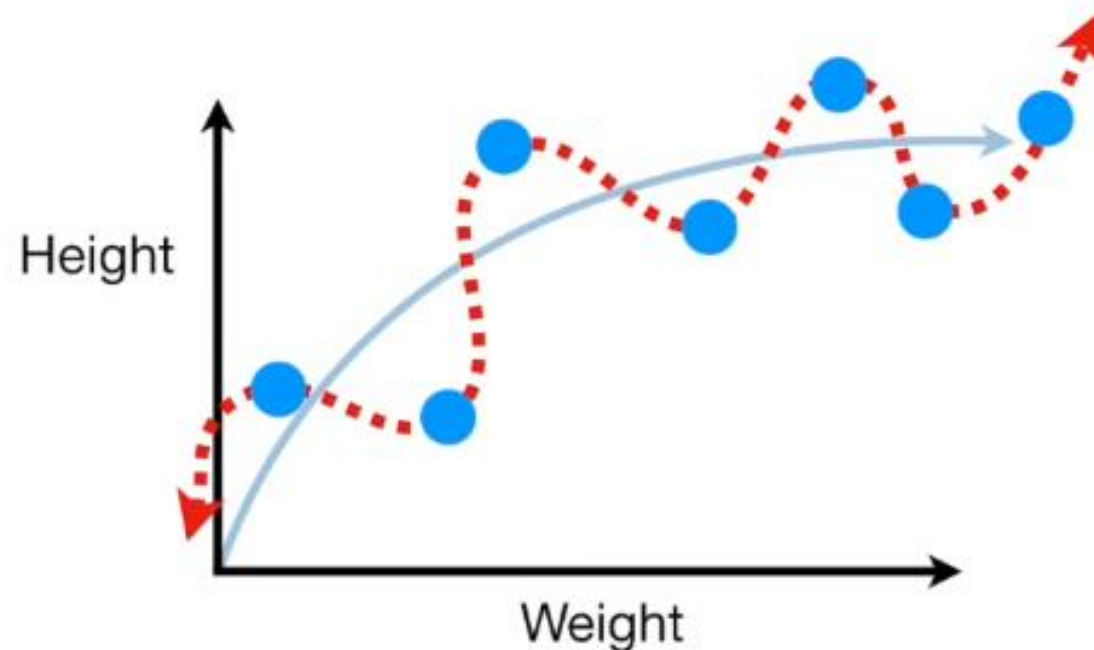
Primer

- Svaki pokušaj da pravu liniju prilagodimo ovakvom trening skupu bi bio neuspešan.
- Prava linija nema fleksibilnost neophodnu da se predstavi prava veza između ulaza i izlaza.

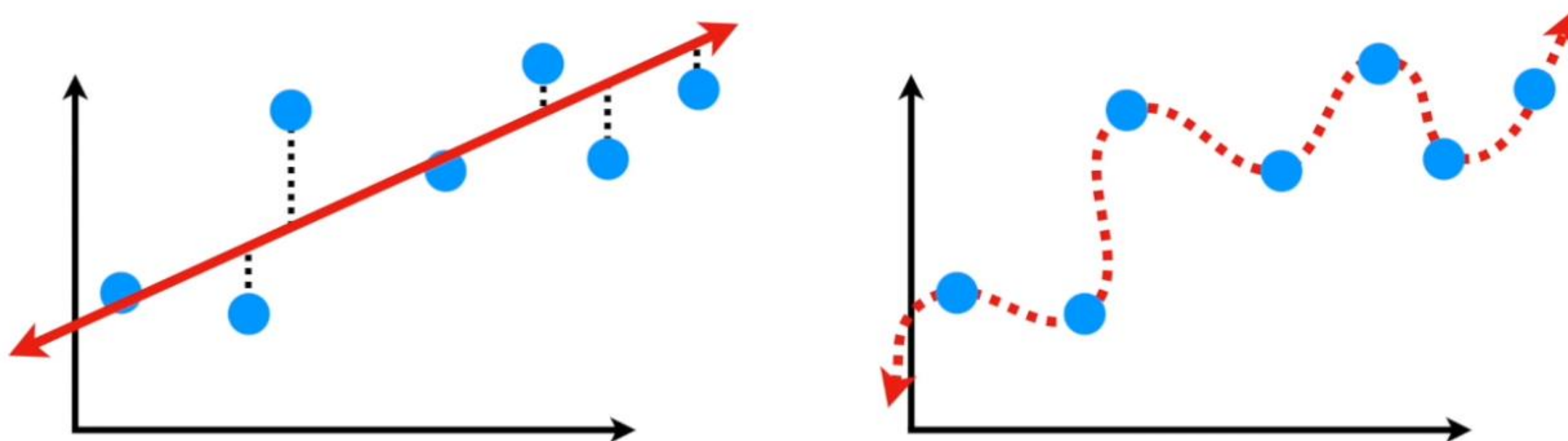


Primer

- Neka druga vrsta mašinskog učenja fituje trening skup krivudavom linijom.
- Linija potpuno tačno oslikava ulaz-izlaz relaciju trening skupa i ima nizak bias.



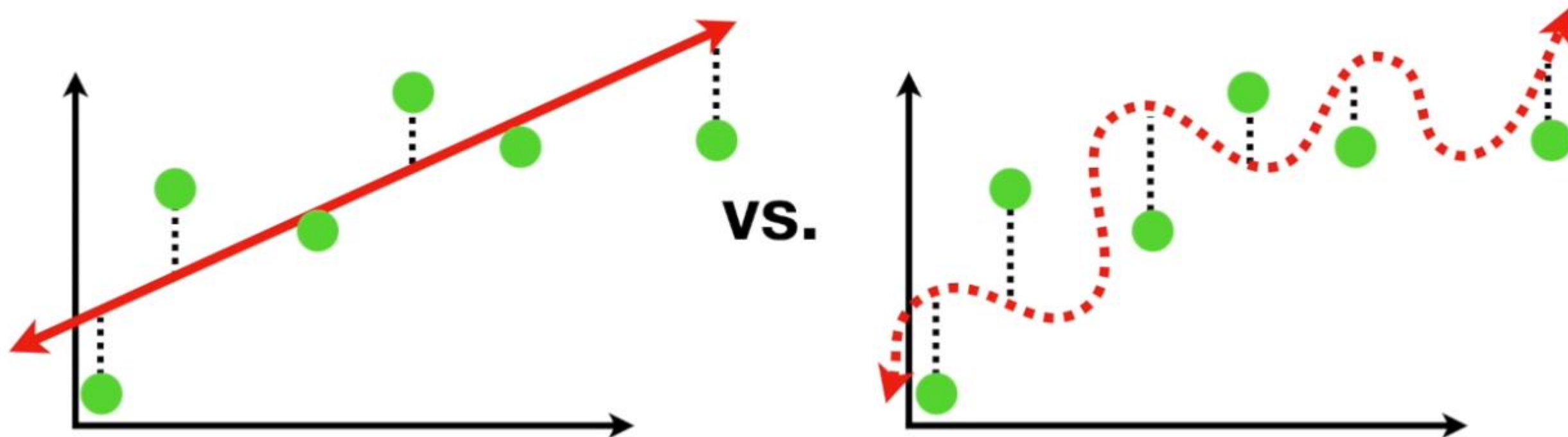
Primer



- Metodom sume kvadrata rastojanja tačaka trening skupa od tačaka modela dobijenog učenjem može se zaključiti da krivudava linija ima sumu kvadrata 0, i da perfektno odgovara trening skupu

Primer

- Ako istu metodu primenimo na skup tačaka za testiranje, krivudava linija se pokazuje kao lošije rešenje.
- Model koji ne ispoljava grešku na trening podacima, a pravi veliku grešku na validacionom skupu je preprilagođen trening skupu (preučen).



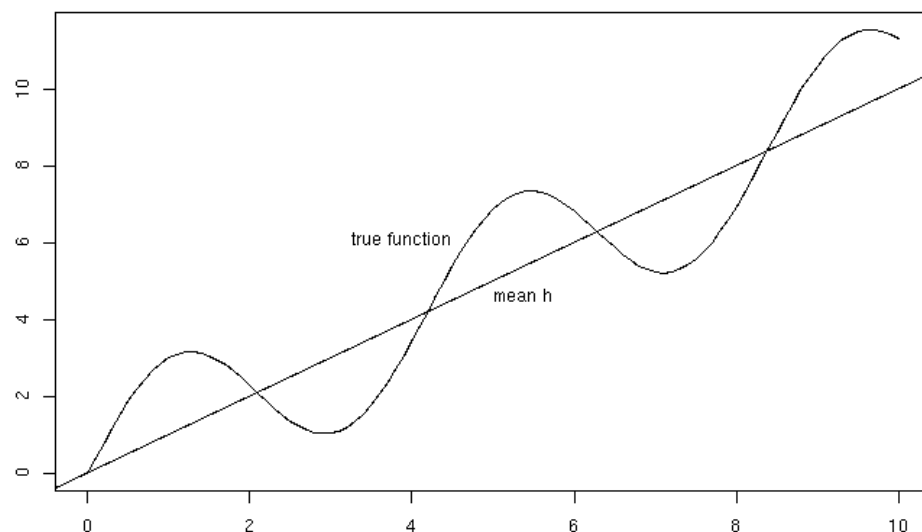
Greska modela na test skupu

- $E = \text{Bias}^2 + \text{Šum} + \text{Varijansa}$

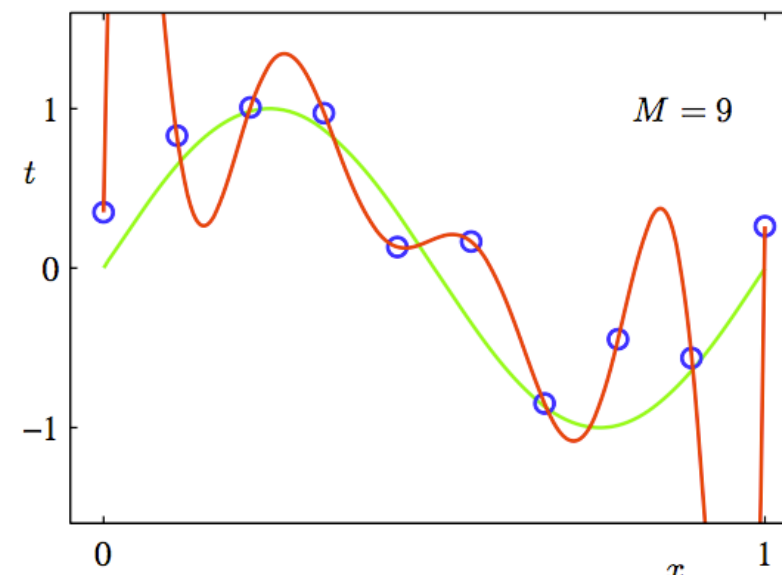
Bias

- **Bias** se odnosi na grešku modela koja nastaje kao posledica uprošćavanja pretpostavki ili pogrešnih pretpostavki koje model pravi u odnosu na podatke za učenje kako bi što lakše naučio ciljnu funkciju.
- **Visok bias** sugeriše da algoritam ne uočava bitne trendove među podacima.
- Visok bias se može umanjiti prelaskom na kompleksniji model, dodavanjem atributa ili boosting-om.

High Bias: Model is not powerful enough to learn function. Learns a less-complicated function (*underfitting*).



Low Bias: Model is too powerful; learns a too-complicated function (*overfitting*).



Varijansa

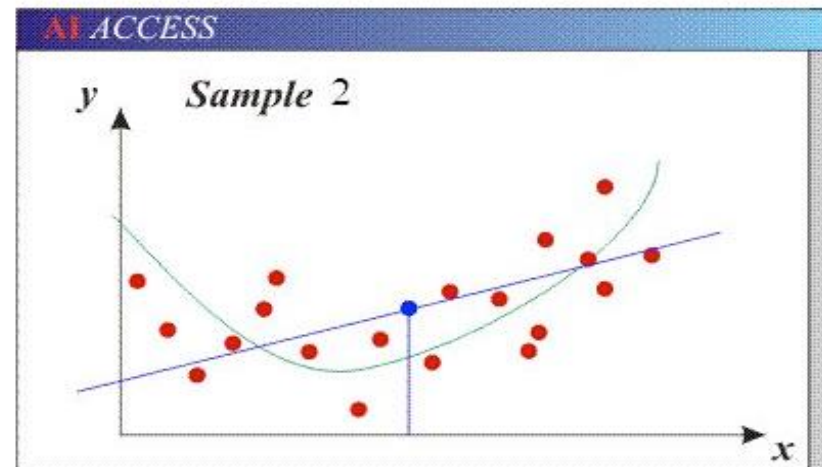
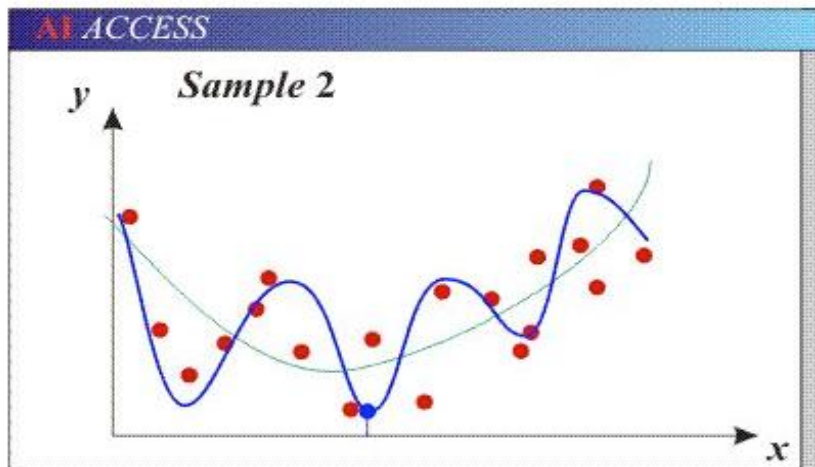
- Varijansa oslikava preprilagođenost modela trening skupu.
- Meri odstupanje predviđanja našeg modela od očekivanog predviđanja.
- Visoka varijansa se može umanjiti odabirom manje složenog modela, povećanjem trening skupa ili bagging-om.

Šum

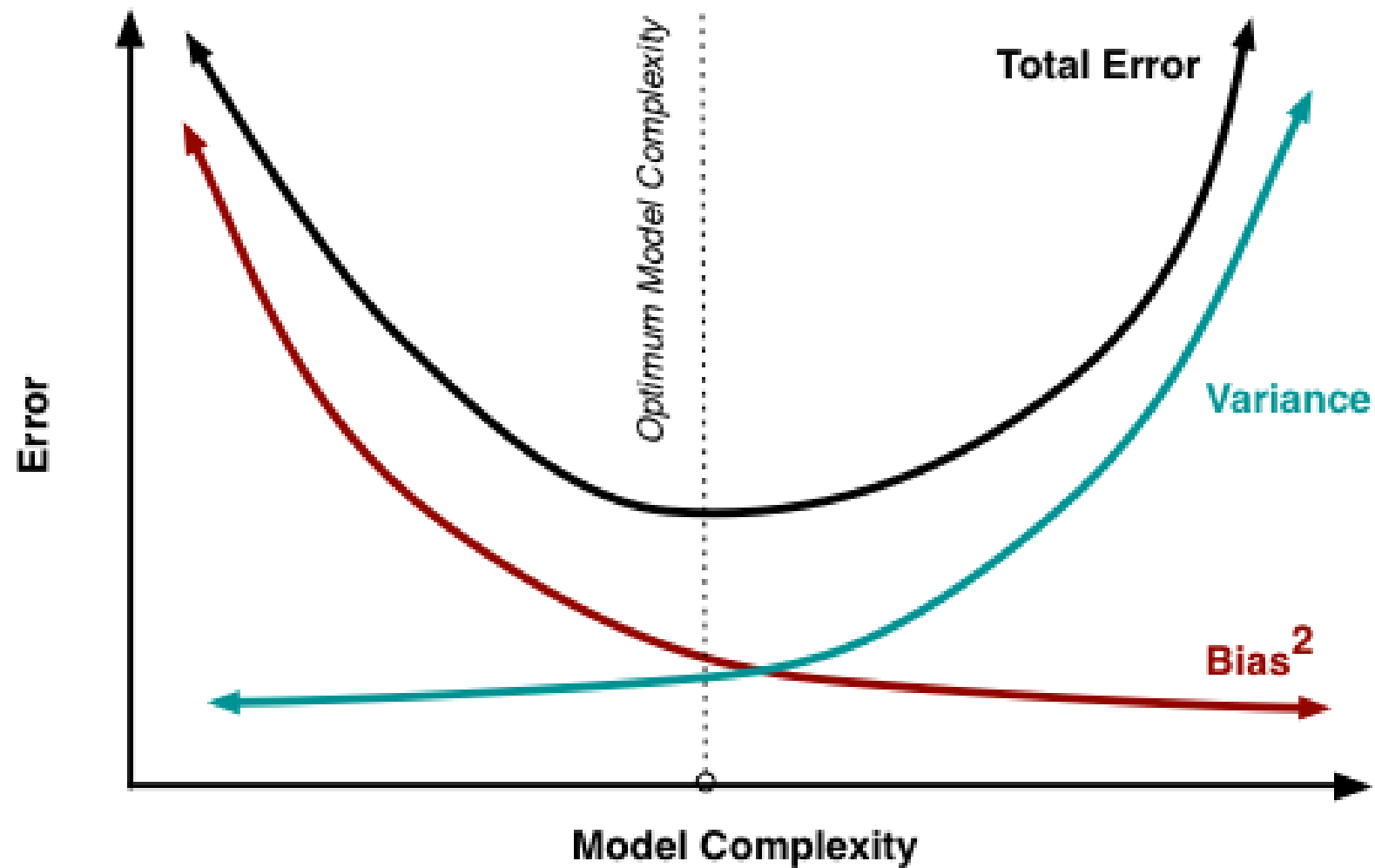
- Šum meri dvosmislenosti koje proističu iz raspodele podataka.
- Šum nije odlika modela, već podataka i ne može se smanjiti intervencijom nad modelom, već nad podacima.

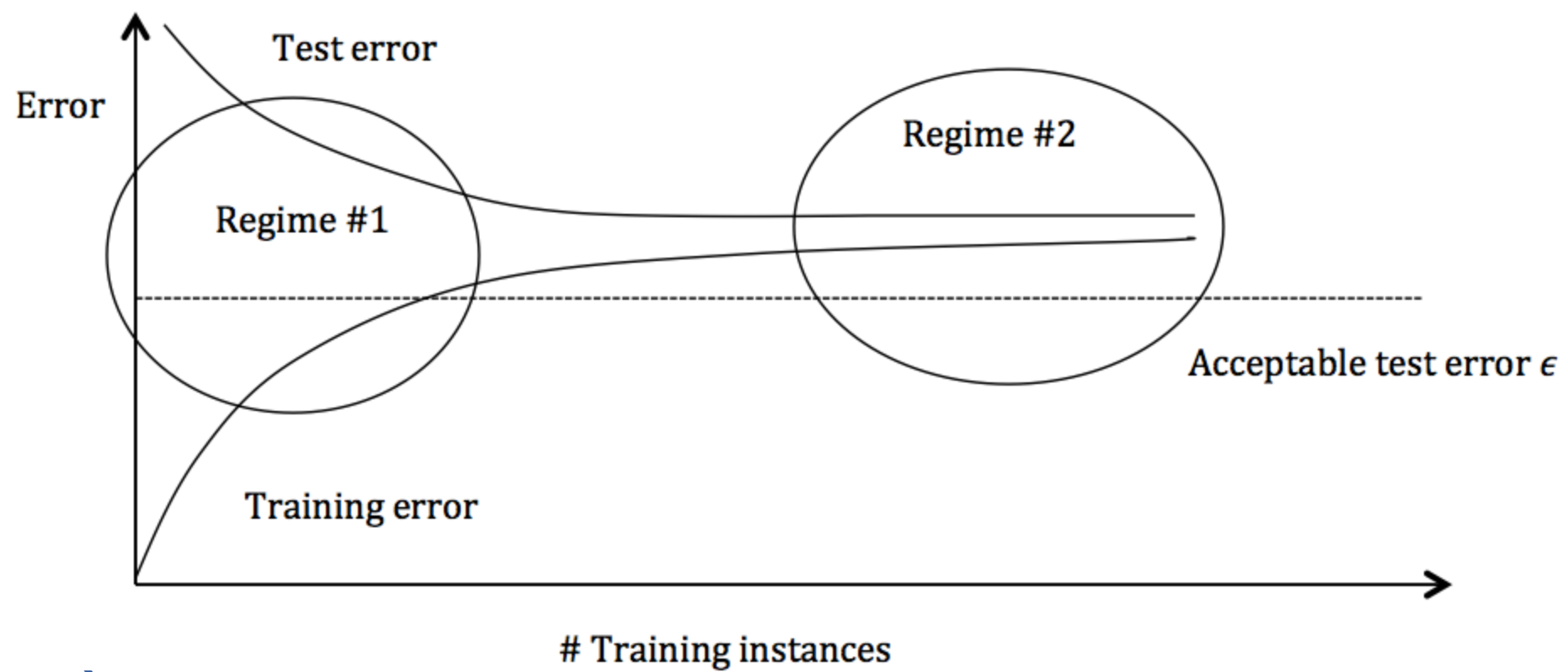
Bias-variance tradeoff

- Modeli sa mnogo parametara se dobro prilagođavaju podacima (nizak bias), ali su osetljivi na odabir trening skupa (visoka varijansa)
- Greška usled overfittinga.
- Modeli sa manje parametara se lošije prilagođavaju podacima (visok bias), ali su nepromenljivi nad različitim trening skupovima (niska varijansa).
- Greška usled underfitting-a.



Kada smanjujemo varijansu bias raste i obrnuto. Potrebno je uspostaviti balans između ove dve veličine





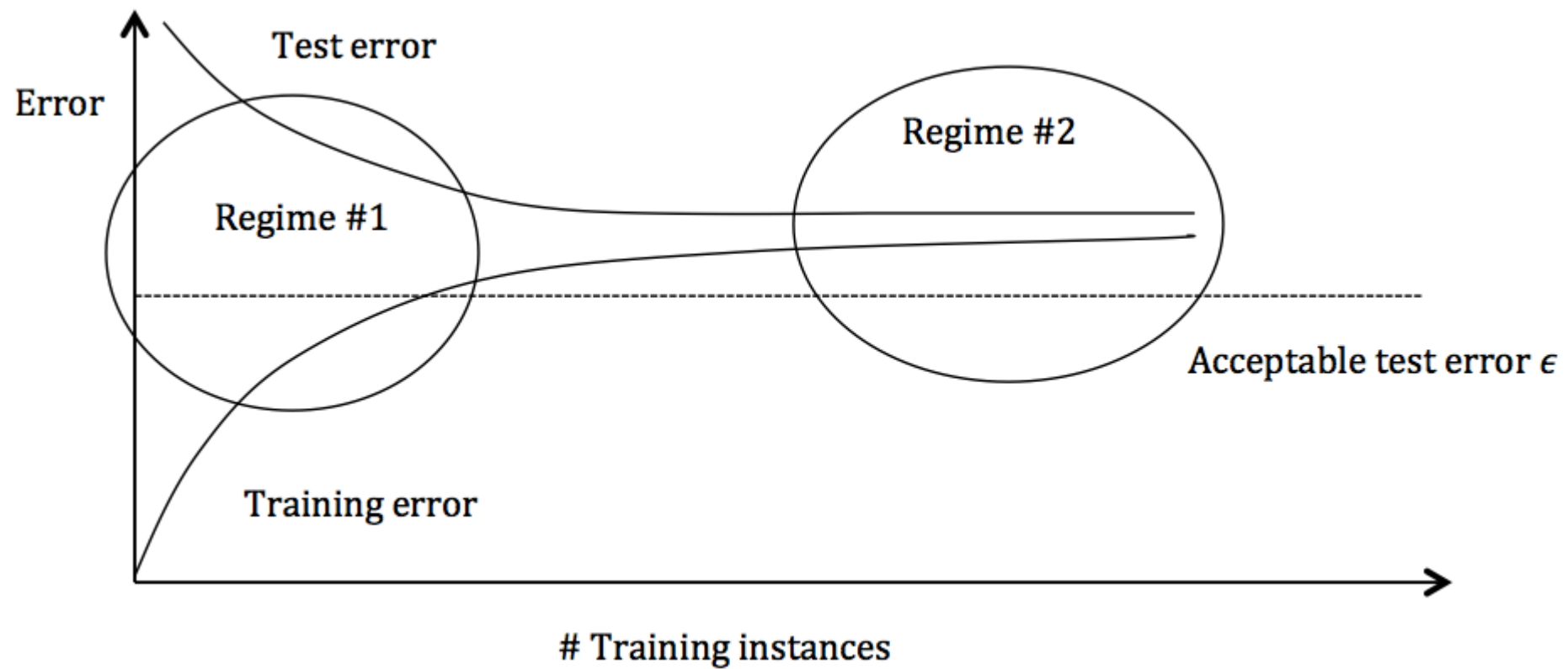
Regime 1 (High Variance)

Symptoms:

1. Training error is much lower than test error
2. Training error is lower than ϵ
3. Test error is above ϵ

Remedies:

- Add more training data
- Reduce model complexity - complex models are prone to high variance
- Bagging



Regime 2 (High Bias)

Unlike the first regime, the second regime indicates high bias: the model being used is not robust enough to produce an accurate prediction.

Symptoms:

1. Training error is higher than ϵ

Remedies:

- Use more complex model (e.g. use non-linear models)
- Add features
- Boosting