

Drugi kolokvijum iz Rimanove geometrije

24.5.2021.

1. Neka je α regularna kriva na geometrijskoj površi M brzine $v > 0$. Dokazati da je njena geodezijska krivina oblika

$$k_g = \frac{\langle \alpha'', J(\alpha') \rangle}{v^3}$$

gde je $\langle, \rangle$ unutrašnji proizvod na M i J operator rotacije za 90° .

2. (a) Dokazati da je parametrizacija površi u E^3 oblika $x(u, v) = (u \cos v, u \sin v, \frac{u^2}{2})$ Kleroova parametrizacija;

(b) ispitati da li je v -parametarska kriva na toj površi geodezijska linja.

3. Ako je P orijentisani geodezijski četvorougao, dokazati da je totalna Gausova krivina nad P data formulom

$$\int \int_P K dM = \sum_{j=1}^4 i_j - 2\pi,$$

gde su i_j unutrašnji uglovi četvorougla P .

4. Izračunati totalnu geodezijsku krivinu parabole $\alpha(t) = (t, t^2, 0)$, ako $t \in [0, \frac{1}{2}]$.