

Пример припреме за час реализован уз помоћ GeoGebre

Ток часа

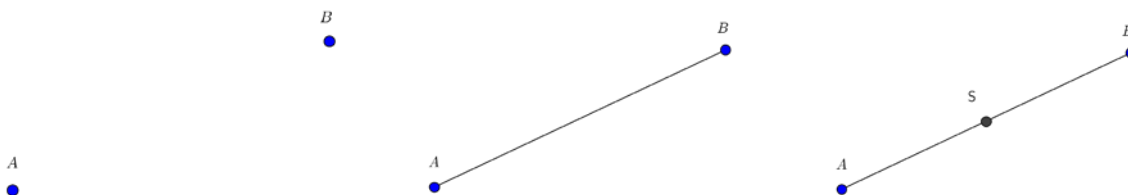
Уводни део часа (10 минута)

Час почињемо са два уводна проблема који ће олакшати решавање главног проблема овог часа.



Претпостављамо да ће овај проблем ученици лако решити. Циљ решавања овог проблема је да ученике подсетимо на средиште дужи, али што је можда и битније да им покажемо како се једна реална ситуација математички моделира. Нека од питања на која са ученицима заједно треба одговорити су следећа.

- Како ћемо представити куће ове две породице?
- Шта све можемо да занемаримо при моделирању овог проблема?
- Зашто је довољно посматрати две тачке у равни?
- Шта ће представљати бандеру (позицију бандере)?
- Шта представља каблове?
- Колико кабла треба купити?



Слика 1. Кораци у решавању проблема 1.

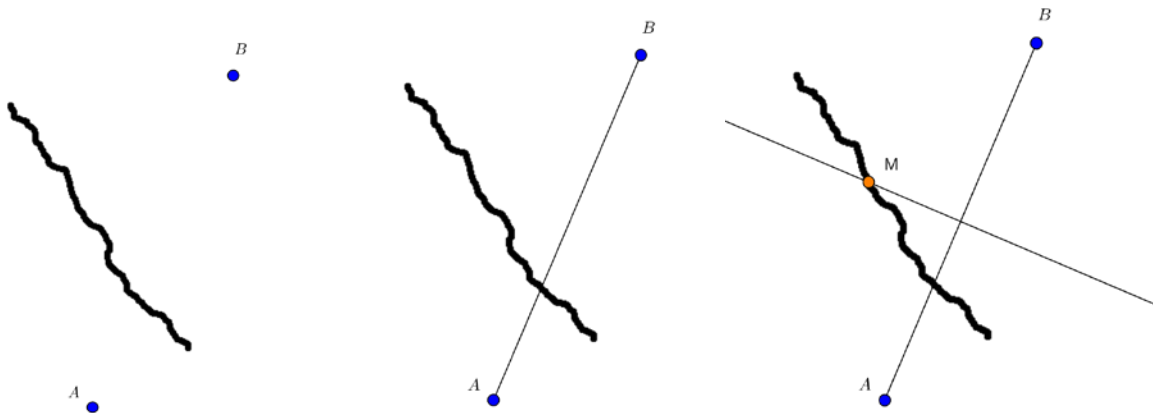
Проблем 2.

Породице Петровић и Јовановић су комшије, а између њихових кућа се налази поток. Они су одлучили да заједнички, са једнаким улагањима, изграде мост на том потоку. Које место да одаберу за изградњу моста?

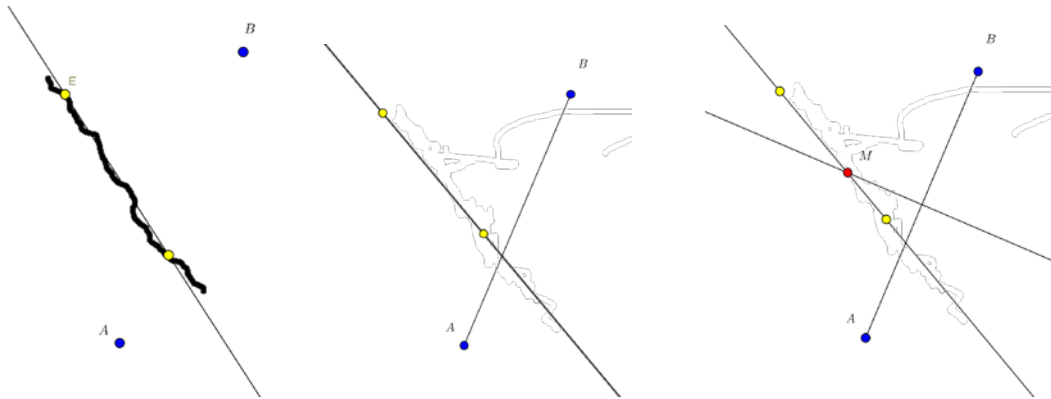


Проблем је нешто тежи од првог, а циљ његовог решавања је да ученике подсетимо на битна својства симетрале дужи (геометријско место тачака равни које су подједнако удаљене од две задате тачке те равни), као и на њену конструкцију. Као и код првог проблема, и сада је прво неопходно задати реални проблем превести у математички проблем, то јест извршити адекватно моделирање користећи апстрактне математичке појмове. С тим у вези, незаобилазна су следећа питања.

- Како ћемо представити куће ове две породице, а како поток?
- Шта све можемо да занемаримо при моделирању овог проблема?
- Зашто је довољно посматрати две тачке у равни и одговарајућу криву која их не садржи?
- Зашто је довољно посматрати две тачке у равни и одговарајућу праву која их не садржи?
- Шта ће представљати мост (позицију моста)?
- Да ли увек, без обзира на географски положај кућа и потока, постоји место на потоку које је подједнако удаљено од две посматране куће?

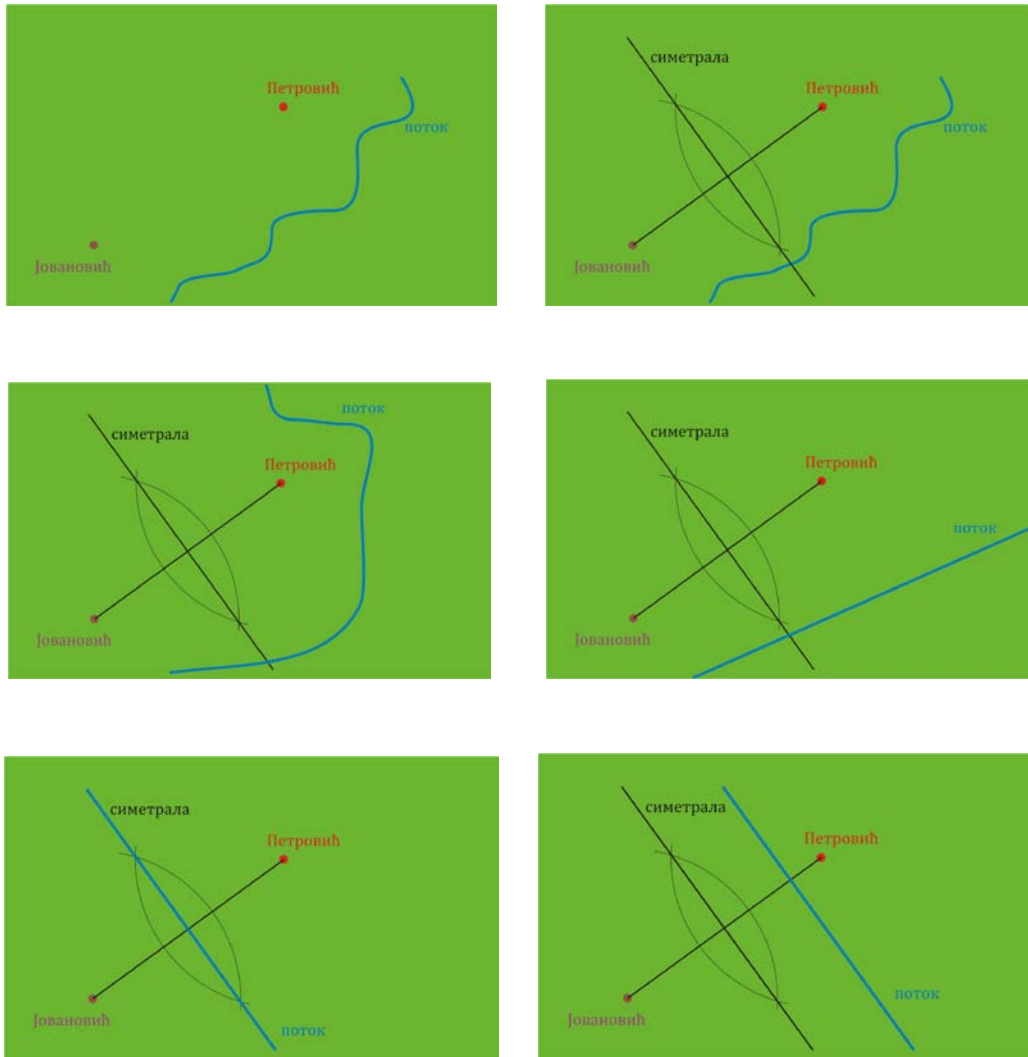


Слика 2. Кораци у решавању проблема 2 – варијанта 1



Слика 2'. Кораци у решавању проблема 2 – варијанта 2

Дискусија о случајевима када је положај кућа другачији у односу на поток. Посебно је значајно ученицима указати и на то да неки проблеми немају решење!



Централни део часа (30 минута)

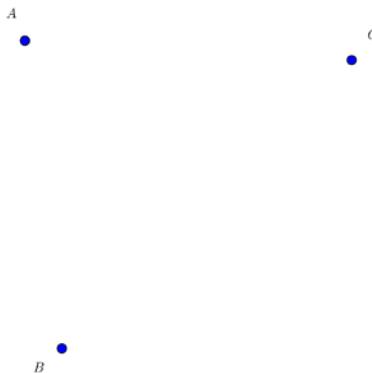
Упознајемо ученике са централним проблемом за овај час, чије ће решавање обезбедити да ученици усвоје жељене математичке садржаје.

Проблем 3.

Три породице из једног села су одлучиле да заједнички поставе уређај који ће им омогућити бежични Интернет. Где треба да поставе уређај ако желе да улагања буду минимала, то јест желе да купе уређај минималне јачине, али такав да сви добију одговарајући сигнал?

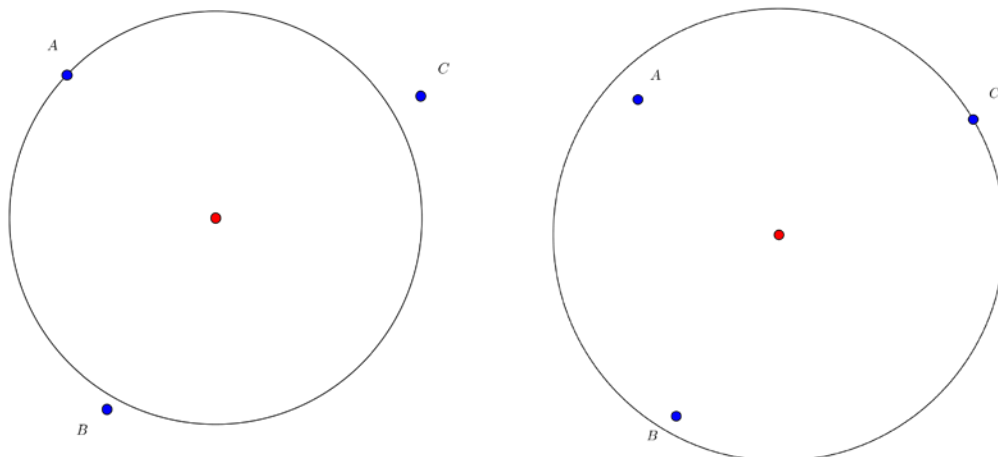


Имајући у виду искуства из решавања предходна два проблема верујемо да ће ученици брзо доћи до закључка да уместо кућа треба посматрати три тачке, а да се решавање проблема своди на одређивање одговарајуће тачке исте равни.



Слика 3. Математички модел који одговара реалном распореду посматране три куће.

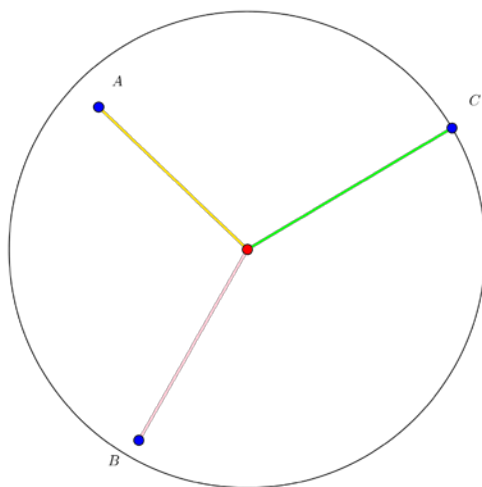
Ученике охрабрујемо да покушају сами, без коришћења математичког знања, да одреде позицију уређаја. Тиме желимо да сами увиде да насумичним погађањем неће доћи до решења, већ да је потребано да искористе нека своја знања из геометрије.



Слика 4. Покушаји насумичног решења проблема.

Постављамо следећа кључна питања.

- Зашто предложене тачке (слика 4) нису решења проблема?
- Које особине мора да има тачка која представља положај уређаја?



Слика 5. Недостаци понуђеног решења проблема.

Очекујемо да ученици сами дођу до првог битног закључка – *тражена тачка мора бити подједнако удаљена од задате три тачке.*

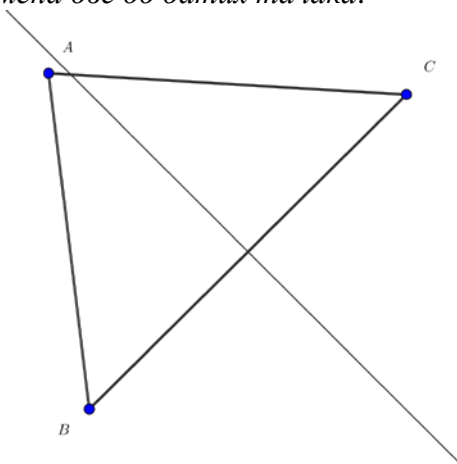
Сада можемо да дамо математичку формулацију постављеног проблема – *Како конструисати тачку која је подједнако удаљена од три задате неколинеарне тачке?*

Поштујући општа правила од познатог ка непознатом, од једноставнијег ка компликованијем, ученицима помажемо следећим подпитањима.

- Има ли овај проблем сличности са проблемом 2 са данашњег часа?

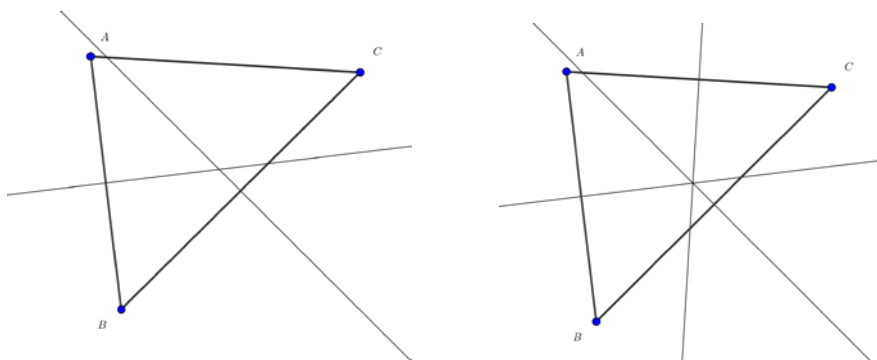
- Како конструисати тачку (тачке) која је подједнако удаљена од две задате тачке?

Очекујемо да ученици сами дођу до другог битног закључка – *тражена тачка припада симетрала дужи чија су темена две од датих тачака.*



Слика 6. Тражена тачка припада симетрала дужи BC .

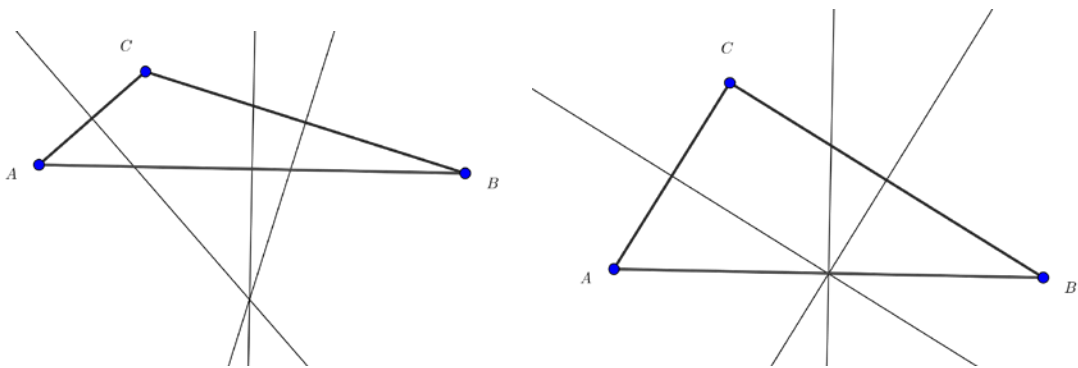
Верујемо да ученицима неће бити потребно много времена да дођу до трећег закључка – *тражена тачка мора припадати и симетрала дужи AB , као и симетрала дужи AC .*



Слика 7. Пресек симетрала страница.

Предлажемо да се овде мало застане и поставе следећа питања.

- Да ли се у сваком троуглу симетрале страница секу у једној тачки?
- Зашто је пресечна тачка подједнако удаљена од темена датог троугла?
- Да ли се пресечна тачка увек налази у унутрашњости датог троугла?



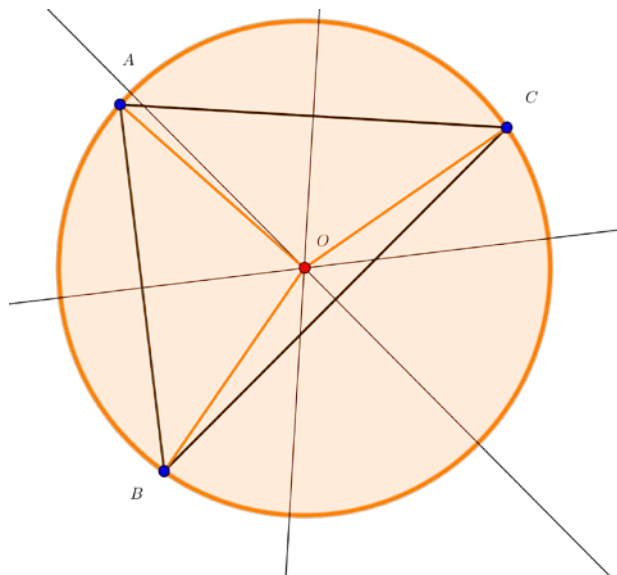
Слика 8. Пресек симетрала страница код тупоуглог и правоуглог троугла.

Наравно, ученицима дозвољавамо да прво пробају и наслуте одговоре, а потом очекујемо и математичко образложење:

$$\left. \begin{array}{l} O \in s_{BC} \Rightarrow OB = OC \\ O \in s_{AB} \Rightarrow OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow OA = OC \Rightarrow O \in s_{AC}.$$

На овај начин желимо да дођемо до четвртог битаног закључка – *све три симетрале страница троугла се секу у једној тачки.*

Коначно, захтевамо од ученика да јасно и прецизно формулишу решење разматраног математичког проблема. Потом уводимо појам центра описане кружнице (круга) око троугла и користећи геометријски прибор изводимо одговарајућу конструкцију на табли, а ученици тај поступак понављају у својим свескама.



Слика 9. Конструкција описане кружнице (круга) око троугла.

После конструисања кружнице, са ученицима понављамо које смо све закључке извели и тада они сами или уз нашу помоћ долазе до петог закључка – *дужина полупречника траженог круга је једнака дужини сваке од следећих дужи OA, OB, OC, и шестог – око сваког троугла се може конструисати круг (јер се у сваком троуглу симетрале страница секу у једној тачки).*

Враћамо се на почетни проблем и од ученика тражимо да објасне како би ово математичко решење било искоришћено.

Завршни део часа (5 минута)

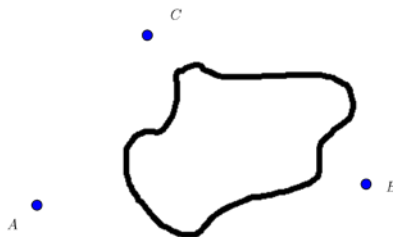
Заједно са ученицима још једном сагледавамо проблем и његово решење. Указујемо на то да смо у ствари усвојили математичке појмове центар описане кружнице (круга) око троугла, полупречник описане кружнице (круга) око троугла, као и одговарајући поступак конструисања.

Самоевалуација (утисци након одржаног часа)

Како презентоване проблеме и њихова решења можемо даље искористити у планирању наставе?

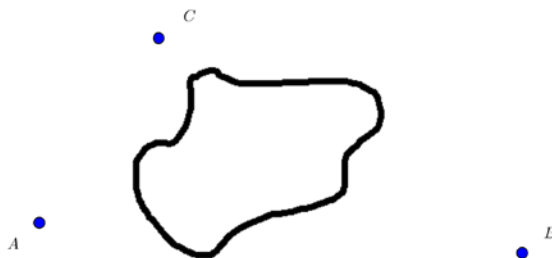
- У наставку дајемо неке од проблема који представљају природан наставак већ разматраних.

1. На слици су приказане позиције три куће, као и област која је погодна за копање бунара. Да ли је могуће ископати бунар који ће бити подједнако удаљен од све три куће?



У овом случају решење постоји, јер је центар описане кружнице припада датој области.

2. На слици су приказане позиције три куће, као и област која је погодна за копање бунара. Да ли је могуће ископати бунар који ће бити подједнако удаљен од све три куће?



У овом случају решење не постоји, јер центар описане кружнице не припада датој области.

3. ...

- Час попут овог се може реализовати и за усвајање појма уписане кружнице у троугао, рецимо можемо посматрати следећи проблем: *Границе плаца породице Гајић чине два пута и један поток, као што је приказано на слици. Где треба да почну да копају темељ за кућу ако желе да она буде подједнако удаљена од оба пута и потока.*



- Резултати представљеног часа проблемске наставе ће бити корисни за прављење аналогича и када се одлучимо да појам уписане кружнице уведемо на часу који ће бити реализован на класичан начин.