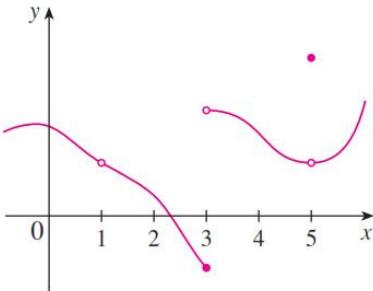


ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА АНАЛИЗЕ - 6. вежбе

1. На следећој слици приказан је график функције  $f$ .



- a) Испитати да ли постоје граничне вредности  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ .
- б) Испитати непрекидност функције  $f$  у тачкама 1, 3 и 5.
2. Нека је дата функција
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$
- Одредити, ако постоји,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . Испитати непрекидност функције  $f$  у тачки  $x = 0$ .
3. Испитати који од следећих исказа су тачна тврђења, а у случају нетачних исказа навести контрапример.
- а) Ако је  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ , тада је функција  $f$  непрекидна у тачки  $x = x_0$ .
- б)  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = A$  ако и само ако је  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ .
- в) Ако је  $\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x) = A$ , тада је  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \sqrt{A}$ .
4. Паркинг сервис наплаћује 3 долара по започетом сату паркирања и 2 долара за сваки наредни сат, и тако редом до максималних 11 долара дневно, након чега је неопходно уклонити возило са паркинг места у тој зони.
- а) Скицирати график трошкова паркирања у функцији од времена паркирања.
- б) Испитати непрекидност функције под а).
5. Испитати да ли је функција  $f(x) = \ln|x - 2|$  непрекидна у тачки  $x = 2$ . Скицирати график функције  $f$ .
6. Ако су  $f$  и  $g$  непрекидне функције такве да је  $f(x) = 5$  и  $\lim_{x \rightarrow 3} (2f(x) - g(x)) = 4$ , израчунати  $g(3)$ .
7. Ако се график функције  $y = f(x)$  налази са једне стране праве  $y = x$  и нема са њом заједничких тачака, а  $g$  је инверзна функција функције  $f$ , испитати да ли једначина  $f(x) = g(x)$  има решења.

8. Испитати да ли једначина  $x^2 - 10 = x \sin x$  има реална решења.
9. На бензинској пумпи НИС цена горива је 124 динара по литру. За новогодишње и божићне празнике НИС се одлучује за следећу акцију: за купљених преко 20 литара цена горива износи 115 динара. Написати функцију  $F$  која представља цену коју плаћа купац у зависности од количине купљеног горива. Испитати да ли је функција  $F$  непрекидна. Ако није, помозите НИС-у да са што мање губитака по фирму обезбеди купцима акцију.
10. Дата је функција
- $$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x \leq 1, \\ |2 - x|, & 1 < x \leq 3, \\ \frac{1}{x-3}, & 3 < x \leq 5, \\ 2 + \sin(2\pi x), & 5 < x \leq 6, \\ 2, & x > 6. \end{cases}$$
- a) Да ли постоји тачка у којој функција није непрекидна?  
 б) Одредити, ако постоје,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ .

11. Да ли су на графику приказана сва три типа прекида?

