

ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА АНАЛИЗЕ - 10. вежбе

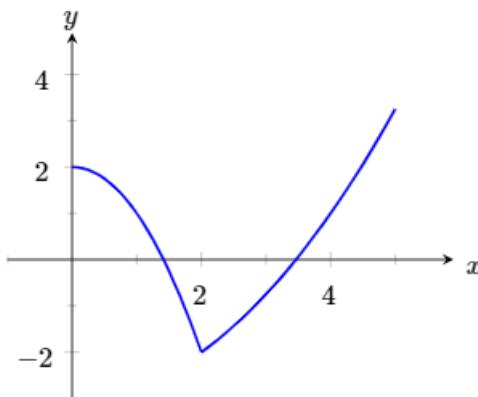
1. Одредити све примитивне функције следећих функција:

a) $f_1(x) = 3x^2$; б) $f_2(x) = \frac{1}{x}$; в) $f_3(x) = \cos x$.

2. Показати да је $\int x \cos x \, dx = x \sin x + \cos x + C$, $C \in \mathbb{R}$.

3. Решити почетни проблем $\frac{dy}{dx} = \sin x$, $y(0) = 5$.

4. За дати график функције f , скицирати график њене могуће примитивне функције који пролази кроз координатни почетак. Како изгледају графици осталих примитивних функција?



5. Ако је $\int f(x) \, dx = F(x) + C$, доказати да је $\int f(ax + b) \, dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + C_1$.

6. Доказати да је $\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln |f(x)| + C$.

7. Одредити $\int \sqrt{3x + 4} \, dx$.

8. Одредити $\int \sqrt{4 - x^2} \, dx$.

9. Одредити $\int \sqrt{4 + x^2} \, dx$.

10. Одредити, ако постоји:

а) $\int |x| \, dx$; б) $\int \operatorname{sgn} x \, dx$; в) $\int (-1)^{|x|} \, dx$; г) $\int \max\{x, 0\} \, dx$.

11. Одредити функцију f , чијем графику припада тачка $(1, 3)$ и чија тангента у тачки $(x, f(x))$ има нагиб $x^3 - \frac{2}{x^2} + 2$.

12. Аутомобил се креће брзином од 88 m/s у тренутку кочења. Након кочења, аутомобил почиње да успорава константним убрзањем од 15 km/s^2 . Колико секунди прође пре него што се ауто заустави? Колики пут аутомобил пређе за то време?

13. Процењује се да ће се за t година од овог тренутка број становника града поред језера мењати брзином од $0.6t^2 + 0.2t + 0.5$ хиљада људи годишње. Еколози су утврдили да ниво загађености језера расте по стопи од приближно 5 јединица на 1000 људи. За колико јединица ће се повећати загађење језера кроз 2 године?