

1. Испитати да ли постоји диференцијабилна функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ таква да је $f(0) = -2$, $f(2) = 4$ и $f'(x) \leq 2$ за свако $x \in \mathbb{R}$.

2. Израчунати следеће граничне вредности:

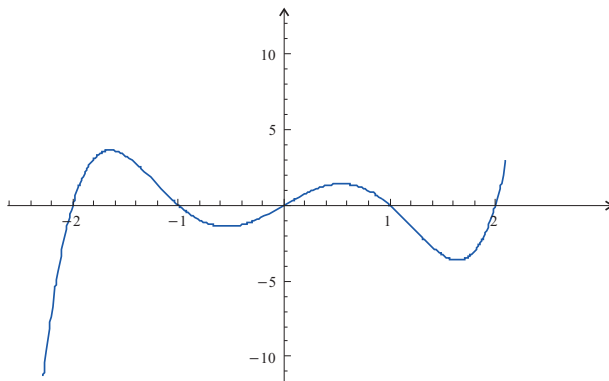
а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{-2ax}}{\ln(1+x)}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x^2}{\ln \cos(2x^2 - x)}$.

3. У табели су дате вредности диференцијабилних функција $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ у различитим тачкама као и вредности функција f' и g' у тим тачкама. Ако су функције $g' \circ f$ и f' различите од нуле у свим тачкама из околине нуле, одредити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(g(x))}{g(f(x))}$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
0	4	2	23	67
1	5	3	29	71
2	0	4	31	73
3	1	5	37	79
4	2	0	41	83
5	3	1	43	89

4. Одредити $f^{(7)}(0)$ ако је $f(x) = \frac{x^3 e^{x^2}}{1 - x^2}$.

5. На слици 1 приказан је график функције f' .



Слика 1:

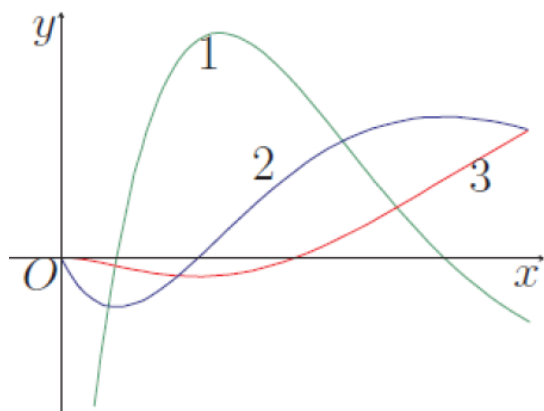
а) Одредити интервале на којима f расте (опада).

б) Одредити тачке у којима f достиже локалне екстремуме.

в) Одредити интервале на којима је f конвексна (конкавна).

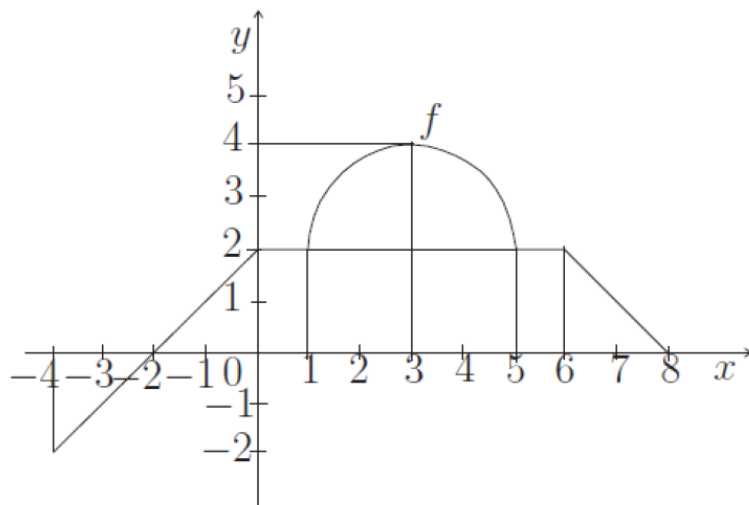
6. Одредити вредност функције $f(x) = 10^{\log \frac{x^3 - 9x}{x+4} - \log_{10}(x+4)}$ у тачки максимума.

7. Скицирати график парне непрекидне функције f , ако она постоји, која има особине: $f(0) = 2$, $f'(x) = -3$ за $x \in (-3, 0)$, $f'(x) < 0$ за $x > 3$, $f''(x) > 0$ за $x < -3$ и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$.
8. а) Скицирати график могуће диференцијабилне функције, дефинисане за свако $x \in \mathbb{R}$, ако је $f'(x) = 0$ за $x = 0$ и $x = 3$, $f(3) = 0$, $f'(-1) = -2$, f' је растућа на интервалу $(-\infty, 2)$, $f'(x) \geq 0$ за $x > 0$ и $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
- б) Одредити најмањи и највећи број нула које могу да имају функције, ако постоје, које задовољавају све услове у делу а).
9. Дати су графици функција f , f' и f'' (слика 2). Одредити који график одговара којој од наведених функција. Одговор образложити!



Слика 2:

10. На слици 3 је дат график функције f . Скицирати график функције f' .



Слика 3: