

ФУНКЦИОНАЛНА АНАЛИЗА

Домаћи рад

23.03.2020. године

1. У метричким просторима $(\mathbb{R}^2, d_1)$ и $(\mathbb{R}^3, d_2)$ навести, ако постоји, пример низа који је:
 - а) ограничен али није конвергентан;
 - б) Кошијев али није конвергентан;
 - в) конвергентан али није ограничен;
 - г) ограничен али није Кошијев;
 - д) није ограничен;
 - ђ) није конвергентан;
 - е) није Кошијев;
 - ж) Кошијев али није ограничен;
 - з) конвергентан али није Кошијев.
2. За теорему 3 навести пример низа у метричком простору $(\mathbb{R}, d)$ за који ћете изабрати ε , одредити n_0 али за који ће $R' = \max\{d(x_0, x_1), d(x_0, x_2), \dots, d(x_0, x_{n-1})\} = d(x_0, x_k)$ где је k произвољно изабран (свако нека изабере) природан број такав да $1 < k < n_0 - 1$. Важно је обратити пажњу да $k \neq 1$ и $k \neq n_0 - 1$!
3. Ако постоји, навести пример потпростора метричког простора $(\mathbb{R}, d)$ који је некомплетан и навести његово комплетирање (објашњење зашто наведени простор није комплетан и зашто је тако дато његово комплетирање).
4. Ако постоји, навести пример пресликавања на $\mathbb{R}$ које јесте контракција и пример пресликавања које није контракција (објаснити детаљно зашто једно јесте а друго није контракција).
5. Објаснити зашто је скуп X , дат у примеру 16, комплетан.
6. Аналогно доказу да је c комплетан, доказати да је c_0 комплетан.
7. (За већу оцену) Доказати теорему о комплетирању (тј. исписати јасно и детаљно доказ теореме користећи литературу по жељи).